

DOI: 10.15514/ISPRAS–2020–32(4)–16



## Разработка решателя iceFoam для моделирования процесса обледенения

<sup>1</sup> К.Б. Кошелев, ORCID: 0000-0002-7124-3945 <koshelevkb@mail.ru>

<sup>2,3</sup> В.Г. Мельникова, ORCID: 0000-0002-1280-2647 <vg-melnikova@yandex.ru>

<sup>2</sup> С.В. Стрижак, ORCID: 0000-0001-5525-5180 <s.strijhak@ispras.ru>

<sup>1</sup> Институт водных и экологических проблем СО РАН,  
656038, Алтайский край, г. Барнаул, ул. Молодежная, д.1

<sup>2</sup> Институт системного программирования им. В.П. Иванникова РАН,  
109004, Россия, г. Москва, ул. А. Солженицына, д. 25

<sup>3</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
105005, Россия, г. Москва, 2-ая Бауманская ул., д.5., стр.1

**Аннотация.** В настоящее время в РФ активно ведется освоение северных территорий. Вопросы изучения физических процессов обледенения являются актуальными, так как климатические условия оказывают влияние на поверхность исследуемых объектов (линии электропередач, жилые строения, энергетические установки, летательные аппараты), на безопасность людей и экологию. В облаках возможно появление и движение жидких капель. При исследовании двухфазных потоков, содержащих взвесь аэрозольных частиц (дисперсная фаза) в несущей среде (дисперсионная фаза) в атмосфере важно правильно оценивать основные параметры, определяющие систему, и адекватно описывать реальный процесс при помощи сформулированной математической модели. Данная статья посвящена разработке нового решателя iceFoam в составе открытого пакета OpenFOAM v1912 для моделирования процесса обледенения при характерном размере частиц порядка 40 мкм, что соответствует Приложению С Авиационных правил АП-25. Для описания динамики жидких капель используется Эйлер-Лагранжев подход. В качестве термодинамической модели реализована модифицированная модель жидкой пленки по теории мелкой воды. В расчете используется две сетки: одна для моделирования внешнего газокapельного потока, другая, толщиной в одну ячейку, для расчета нарастания льда. При разработке исходного кода на языке программирования C++ использовалась технология наследования, т.е. создания базовых и производных классов. В результате был разработан параллельный решатель iceFoam для моделирования движения динамики жидких частиц и образования льда на поверхности исследуемого тела. Представлены результаты расчета для случая обтекания цилиндра и профиля крыла NACA 0012 с помощью метода URANS и в высокорейнольдсово́й модели турбулентности Spalart-Allmaras. Приведены картины распределения толщины льда. Для расчета одного тестового примера было использовано от 8 до 32 вычислительных ядер на вычислительном кластере ИСП РАН.

**Ключевые слова:** обледенение; течение; моделирование; решатель; библиотека; разработка; класс; частицы; пленка; цилиндр; профиль; скорость; вязкость; турбулентность.

**Для цитирования:** Кошелев К.Б., Мельникова В.Г., Стрижак С.В. Разработка решателя iceFoam для моделирования процесса обледенения. Труды ИСП РАН, том 32, вып. 4, 2020 г., стр. 217–234. DOI: 10.15514/ISPRAS–2020–32(4)–16

**Благодарности:** Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-13016.

## Development of iceFoam solver for modeling ice accretion

<sup>1</sup> K.B. Koshelev, ORCID: 0000-0002-7124-3945 <koshelevkb@mail.ru>

<sup>2,3</sup> V.G. Melnikova, ORCID: 0000-0002-1280-2647 <vg-melnikova@yandex.ru>

<sup>2</sup> S.V. Strijhak, ORCID: 0000-0001-5525-5180 <s.strijhak@ispras.ru>

<sup>1</sup> Institute for Water and Environmental Problems SB RAS  
1, Molodyoznaya St., Barnaul, 656038, Altai Krai, Russia

<sup>2</sup> Ivannikov Institute for System Programming of the Russian Academy of Sciences,  
25, Alexander Solzhenitsyn st., Moscow, 109004, Russia

<sup>3</sup> Bauman Moscow State Technical University  
5, Baumanskaya 2nd St., Moscow, 105005, Russia

**Abstract.** Currently, RF is actively developing the Northern territories. Questions of studying the physical processes of icing are relevant, since climate conditions affect the surface of the objects under study (power lines, residential buildings, power plants, aircraft), human safety and ecology. In clouds, the appearance and movement of liquid droplets-particles is possible. When studying two-phase flows containing a suspension of aerosol particles (dispersed phase) in the carrier medium (dispersion medium) in the atmosphere, it is important to correctly evaluate the main parameters that define the system, and adequately describe the real process using a formulated mathematical model. This article is devoted to the development of a new iceFoam solver as part of the OpenFOAM v1912 package for modeling the icing process at a typical particle size of about 40 microns, which corresponds to Annex C of the AP-25 Aviation rules. The Euler-Lagrangian approach and finite volume method are used to describe the dynamics of liquid droplets. A modified liquid film model based on the shallow water theory is used as a thermodynamic model. The results of calculation for the case of flow around the cylinder and airfoil NACA 0012 using the URANS method and Spalart-Allmaras turbulence model are presented. In the calculation domain, two variants of grids are constructed: for an external gas-drop flow and for a liquid thin film with a thickness of one cell in height. Patterns of ice thickness distribution are given. When developing the source code using C++ language, the technology of inheritance was used, i.e. creating base and derived classes. As a result, a parallel iceFoam solver was developed for simulating the motion of liquid particles and the formation of ice on the bodies' surface. For the calculation of one test case 8-32 computing cores were used on the ISP RAS HPC.

**Keywords:** ice accretion; flow; simulation; solver; library; development; class; particles; film; cylinder; airfoil; velocity; viscosity; turbulence

**For citation:** Koshelev K.B., Melnikova V.G., Strijhak S.V. Development of iceFoam solver for modeling ice accretion. Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS, vol. 32, issue 4, 2020. pp. 217–234 (in Russian). DOI: 10.15514/ISPRAS–2020–32(4)–16

**Acknowledgements.** The reported study was funded by RFBR, project number № 19-29-13016.

### 1. Введение

В ИСП РАН ведется разработка различных тематических решателей на базе открытой библиотеки OpenFOAM для моделирования процессов в ветропарках, моделирования сжимаемых течений в широком диапазоне чисел Маха [1–3].

Изучение процессов обледенения на элементах самолета, вертолета, беспилотных летательных аппаратов, ветроэлектрической установки, проводов линий электропередач является актуальной задачей в связи с безопасностью и надежностью эксплуатации данной техники. Авиационные правила АП-25 (МАК 2015) регламентирует метеорологические режимы обледенения в условиях полета летательных аппаратов (ЛА) и задают основные параметры (водность облачной массы, среднедиагональный диаметр капель облака - MVD, температуру окружающего воздуха) для различных Приложений С, О, Р, D [27].

Для Приложения С характерно изучение движения капель с параметром MVD до 40 микрометров. Известно, что при движении ЛА в облаках могут образовываться различные формы и типы льда (рыхлый (rime ice), прозрачный (glaze ice), смешанный (mixed ice),

барьерный (spanwise-ridge ice), рогообразный (horn ice)), что связано с изменением безразмерных чисел Рейнольдса  $Re$ , Вебера  $We$  и температуры окружающей среды [4, 7].

Ранее проводились экспериментальные исследования в аэрохолодильных установках, климатических трубах [4-6] и численные расчеты для модельных тел простейшей формы (2D цилиндр, 2D симметричный и несимметричный профиль, пластина, 3D стреловидное крыло, 3D входная часть двигателя, 3D клин и другие) [4-7]. Как правило, для моделирования процессов обледенения используются различные математические модели, которые основаны на Эйлер-Эйлер, Эйлер-Лагранж моделях сплошной среды. Также используются панельный метод для расчета потенциального течения и решение уравнений пограничного слоя интегральным методом, подход на базе метода дискретных частиц. Данные подходы реализованы в известных расчетных кодах LEWICE [8], CANICE, Ansys FENSAP-ICE [9], STAR-CCM+, NSCODE-ICE [10, 11], IGL002D/3D [12], PoliMiCE [13, 14], ICESIM-NSDG [15].

## 2. Требования к решателю

Решатель iceFoam должен обладать следующим функционалом:

- исходный код написан с использованием ООП языка программирования;
- наличие ядра программы и отдельных модулей;
- возможность проверки работоспособности решателя по модулям;
- возможность выбора способа перестроения геометрии тела, например, с помощью методов нормализации или биссектрис;
- наличие термодинамических моделей по теории пленки SWIM;
- возможность добавления новых термодинамических моделей (Messinger, Myers, Onera);
- проверка на типовых примерах;
- возможность расчета различных режимов образования льда (rime, glaze, mixed);
- линейная масштабируемость решателя до 256 вычислительных ядер.

*Требования к гидродинамическому решателю:*

- Эйлер-Лагранжева модель для описания газокapельного потока;
- моделирование несжимаемых, сжимаемых течений с диапазоном изменения чисел Маха от 0.1 до 0.9;
- моделирование вязких турбулентных течений с помощью уравнений Рейнольдса и двухпараметрических моделей турбулентности  $k-\epsilon$ , Spalart-Allmaras (SA);
- моделирование вязких турбулентных течений с помощью метода крупных вихрей и различных замыкающих моделей для подсеточной вязкости (модель Смагоринского, модель одного дифференциального уравнения для подсеточной кинетической энергии турбулентности);
- моделирование вязких турбулентных течений с помощью моделей отсоединенных вихрей: Spalart-Allmaras DES, Spalart-Allmaras DDES, Spalart-Allmaras IDDES;
- учет влияния двухфазности в двухпараметрических моделях турбулентности;
- использование алгоритмов SIMPLE/PISO/PIMPLE для связи уравнений давления-скорости;
- учет влияния шероховатости поверхности;
- расчет коэффициентов улавливания и теплоотдачи.

*Требования к сеточному модулю:*

- работа с неструктурированными сетками;
- работа с перекрывающимися сетками – Overset grids;
- работа с вращающимися сетками.

*Требования к пре- и постпроцессингу:*

- возможность работы с открытым пакетом Paraview для визуализации результатов расчета;
- визуализация жидкой пленки и жидких частиц;
- визуализация формы льда;
- визуализация скорости ледообразования.

*Требования к производительности:*

- продолжительность двумерного расчета – менее 72 часа;
- продолжительность трехмерного расчета – менее 168 часов.

*Требования к точности решателя:*

Основные параметры для случая образования льда на поверхности тела (масса льда, толщина льда, коэффициент улавливания частиц  $\beta$  и другие) должны быть рассчитаны с инженерной точностью в 5 % в сравнении с данными экспериментов.

## 3. Архитектура решателя

В ИСП РАН разрабатывается собственный тематический решатель-библиотека iceFoam для моделирования различных режимов и типов нарастания льда, движения снежинок и кристаллов льда. Разработка ведется на базе открытой библиотеки OpenFOAM v1912, открытых пакетов Yade, LIGGGHTS с использованием метода дискретных элементов и частиц (Discrete Element Method), гибридного метода на базе методов контрольного объема и дискретных частиц.

В настоящий момент iceFoam включает в себя базовый решатель и две библиотеки: одна библиотека реализует термодинамическую модель жидкой пленки по теории мелкой воды («surfaceFilmModels» library –libsurfaceFilmModelsSWIM), вторая библиотека предназначена для расчета коэффициента сопротивления движения капель и коэффициента теплообмена капель с окружающей средой (libIceFoamParticles). При разработке используется технология наследования языка программирования C++, т.е. использование родительского и производного классов. Архитектура решателя iceFoam является модульной, т.е. существует возможность добавления новых библиотек с физико-математическими моделями среды. Общая структура решателя iceFoam показана на рис. 1-3. Существует возможность расширения функционала решателя для различных Приложений C, O, P, D (рис. 2).

Модуль расчета аэродинамики состоит из исполняемого файла программы iceFoam, реализующего процедуру интегрирования уравнений аэродинамики, законов сохранения массы, количества движения и энергии, в соответствии с описанной ниже математической моделью.

Модуль расчета газокapельного потока состоит из того же исполняемого файла программы iceFoam, и разработанной авторами дополнительной библиотеки расчета силы сопротивления, действующей на сферическую частицу в потоке, с выбором модели расчета коэффициента сопротивления капли. Доступны модели: Путнема, Приходько и Шиллера-Неймана. Также имеется библиотека для расчета безразмерного числа Нуссельта методами Клифта, Фенга и Уитакера. Число Нуссельта необходимо рассчитывать для определения коэффициента теплоотдачи между частицей и окружающей средой.

Все модули разработаны на универсальном языке программирования C++. Информация для проведения расчета задается в соответствующих файлах, определяющих начальные

параметры расчета, свойства окружающей среды и капель, параметры интегрирования, расчетную сетку и т.п.

На Рис.1 представлена типовая блок-схема для решателя, который производит расчет образования льда. На первой этапе производится расчет обтекания модельного тела (крыла). Определяются газодинамические поля для плотности, скорости, давления воздуха, а также определяется величина касательного напряжения и величина теплового потока. Начальные газодинамические поля передаются в решатель для газокapelного потока, где проводится расчет движения капель, определяется скорость капель и коэффициент улавливания. Далее значения скорости капель и коэффициент улавливания используется в термодинамическом модуле для расчета толщины льда. После определения толщины льда на теле происходит перестроение начальной геометрии и расчетной сетки. Далее процедура расчета повторяется до тех пор, пока толщина льда на исследуемом теле больше не изменяется.

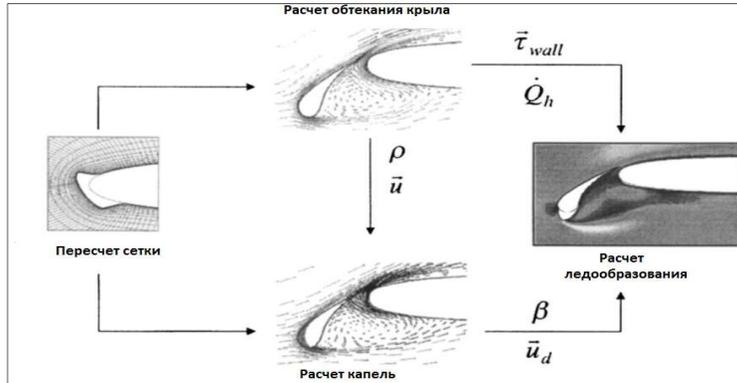


Рис. 1. Блок-схема решателя  
Fig. 1. Solver block diagram



Рис. 2. Блок-схема развития решателя  
Fig. 2. Solver development block diagram

На рис. 1 имеются следующие обозначения:  $\rho$  – плотность,  $\bar{u}$  – скорость воздуха,  $\bar{u}_d$  – скорость капель,  $\beta$  – коэффициент улавливания,  $\bar{\tau}$  – напряжение трения на стенке,  $Q_h$  – тепловой поток. На рис. 2, 3 имеются следующие обозначения: ПОС – протиобледенительная система, FVM-Finite Volume Method, FEM – Finite Element Method,  $k-e$  и  $SA$  – название моделей турбулентности, URANS – Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes, ROM – Reduced Order

Modeling, POD – Proper Orthogonal Decomposition, IBM – Immersed Boundary Method, LES – Large Eddy Simulation.



Рис. 3. Различные модели турбулентности в решателе iceFoam  
Fig. 3. Different turbulence models in the iceFoam solver

На рис. 2 показана возможность расширения решателя для Приложений C, O, P, D. На рис. 3 показана возможность подключения различных моделей турбулентности, в том числе с учетом влияния двухфазности, для моделирования турбулентных течений.

#### 4. Математическая модель

Моделирование многофазных потоков с непрерывной и дисперсной фазами проводится с использованием Эйлер-Лагранжев подхода, в котором непрерывная фаза рассматривается в Эйлеровой постановке, в то время как частицы в дисперсной фазе отслеживаются в Лагранжевой постановке. Из-за малых размеров капель, много меньших размера ячеек, внутренняя динамика капли не рассматривается, и они полагаются движущимися частицами. При взаимодействии газокapelного потока с неровностями и шероховатостями твердой поверхности тела возможно появление и нарастание пленки льда и жидкой пленки воды. Для описания процессов в пленке использовалась модель на базе теории мелкой воды, в основе которой используются осредненные уравнения по толщине пленки, отражающие законы сохранения количества массы, количества движения и энергии для жидкости. Такой подход требует наличия отдельной сетки для области тонкой пленки. Что касается частиц, в правой части уравнений для массы и энергии присутствуют источники слагаемые, которые характеризуют процессы плавления, испарения, излучения, разбрызгивания частиц. Нарастание льда приводит к изменению начальной формы тела. Граница тела перемещается в пространстве по нормали. При этом при пересчете положения узлов сетки необходимо обеспечить одновременное перемещение границ для двух разных сеток. Одним из эффективных способов такого пересчета является использование решения уравнения Лапласа. Для того, чтобы охарактеризовать способность искривленной поверхности тела улавливать жидкие капли, используется параметр – коэффициент аккумуляции капель  $\beta$ , для описания тепловых процессов – коэффициент теплоотдачи.

#### 4.1 Эйлеров континуальный подход

Рассматриваемая среда представляет собой нереагирующую равновесную смесь газов с общей температурой  $T$ , плотностью  $\rho$  и парциальными давлениями  $p_i$  для различных компонент смеси. В рамках выбранного приближения смеси предполагается, что импульс,

масса и энергия всего потока переносятся со среднемассовой скоростью  $\vec{U}$ , массовая доля компонентов смеси набегающего на исследуемое тело потока не меняется со временем. Взаимное движение компонент смеси учитывается в диффузионном приближении. Влияние дисперсной фазы на континуальную вводится в качестве дополнительных членов в уравнениях.

Уравнение сохранения массы смеси:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{U} \rho) = \rho_v. \quad (1)$$

Уравнение баланса импульса смеси:

$$\frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{U} \rho \vec{U}) + \sum_i \rho_i^0 \vec{W}_i \vec{W}_i = \rho_v \vec{U}_v + \nabla \cdot \hat{\sigma} - \nabla p + \rho \vec{g}. \quad (2)$$

Уравнение баланса энергии смеси:

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{U} \rho e) + \sum_i \nabla \cdot \vec{W}_i \rho_i^0 e_i + \nabla \cdot (p \vec{U}) = -\nabla \cdot (\hat{\sigma} \cdot \vec{U}) - \nabla \cdot \vec{q} + \rho_v e_v, \quad (3)$$

где  $\rho$  – плотность смеси,  $\vec{W}_i$  – относительная скорость,  $\rho_v$  – обмен массой между окружающей средой и каплями,  $\rho_v \vec{U}_v$  – обмен импульсом между окружающей средой и каплями,  $p$  – давление окружающей среды,  $\vec{g}$  – ускорение свободного падения,  $\hat{\sigma} = \mu_e (\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T) - \frac{2}{3} \mu_e I \nabla \cdot \vec{U}$  – тензор вязких напряжений;  $\mu_e = \mu + \mu_t$  – коэффициент эффективной вязкости смеси,  $\mu$  и  $\mu_t$  – коэффициенты ламинарной и турбулентной вязкости соответственно,  $I$  – единичный тензор,  $e$  – внутренняя энергия смеси,  $\rho_v e_v$  – обмен энергией между окружающей средой и каплями.

Вектор теплового потока вычисляется в соответствии с законом Фурье:  $\vec{q} = -\lambda \nabla T$ , где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности смеси:  $\lambda = \frac{\mu C_p}{Pr} + \frac{\mu_t C_p}{Pr_t}$ ,  $C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p$ ,  $C_{pV} = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_V$ ,  $\nabla T = \frac{\nabla h}{c_p}$ ,  $h = e + \frac{p}{\rho}$  – удельная энтальпия смеси,  $Pr$  и  $Pr_t$  – ламинарные и турбулентные числа Прандтля.

Удельная энтальпия смеси является взвешенной суммой энтальпий ее составляющих:

$$h = \sum_i Y_i h_i, \text{ где } Y_i = \frac{\rho_i^0}{\rho} \text{ – массовая доля } i\text{-ой компоненты.}$$

Уравнение баланса массы  $i$ -ой компоненты:

$$\frac{\partial \rho Y_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{U} \rho Y_i) + \nabla \cdot \vec{W}_i \rho_i^0 = 0. \quad (4)$$

Замыкающее соотношение для массовых долей смеси:  $\sum_i Y_i = 1$ .

Среднемассовая скорость  $\vec{U}$  и относительные скорости  $\vec{W}_i$  введены так, чтобы:

$$\vec{U} = \frac{\sum_i \rho_i^0 \vec{U}_i}{\rho}, \vec{W}_i = \vec{U} - \vec{U}_i, \sum_i Y_i \vec{W}_i = 0.$$

Для вычисления относительных скоростей движения компонент газа используется диффузионное приближение:  $\rho_i^0 \vec{W}_i = -D_i \nabla \rho_i^0$ , где  $D_i$  – коэффициент диффузии  $i$ -ой компоненты:  $D_i = \frac{\nu_i}{Sc}$  (значения числа  $Sc$  рассчитывается по таблицам свойств среды в зависимости от температуры и состава смеси).

Все компоненты газообразной смеси представляют собой совершенный газ с постоянной молярной массой:  $p_i = \rho_i R_i T$ , где  $R_i$  – газовая постоянная.

Решатель iceFoam использует алгоритм PIMPLE, который представляет собой комбинацию алгоритмов SIMPLE и PISO для решения уравнений скорости и давления. Уравнение неразрывности (1) (в коде *rhoEqn*) решается один раз вне основного цикла, в то время как уравнения для импульса (2) (*UEqn.H*), примеси (4) (*YEqn.H*) и энергии (3) (*EEqn.H*) решаются

внутри основного цикла. Уравнение коррекции давления (*pEqn.H*) решается в цикле корректора давления внутри основного цикла вместе с уравнением неразрывности. Файл *createFields.H* отвечает за инициализацию начальных аэродинамических полей. Блок-схема последовательности решения уравнений – алгоритма PIMPLE представлена на рис. 4.

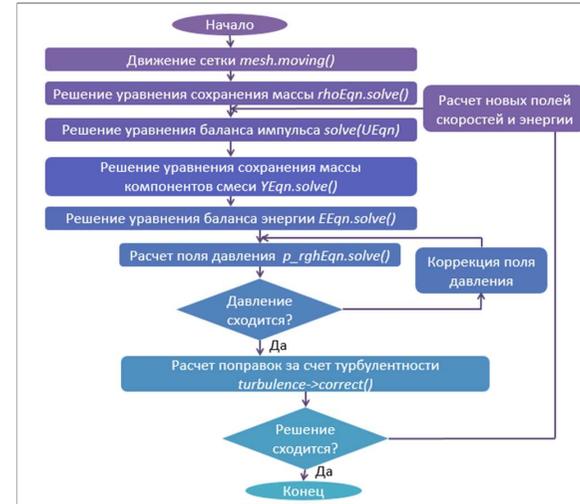


Рис. 4. Последовательность решения уравнений аэродинамики алгоритмом PIMPLE  
Fig. 4. The sequence of solving the aerodynamics equations by the PIMPLE algorithm

## 4.2 Дискретный Лагранжев подход

Дискретный Лагранжев метод учитывает динамику капельной смеси в потоке и взаимодействие капель воды с набегающим потоком и твердой поверхностью.

В качестве базовой модели используется модель облака частиц *sprayCloud* пакета OpenFOAM. Облако сферических частиц определяется положением его центра масс  $\vec{x}_p$ , диаметром входящих капель  $D_p$ , скоростью капель  $\vec{U}_p$  и плотностью вещества  $\rho_p$ . Тогда масса одной частицы  $m_p = \frac{1}{6} \rho_p \pi D_p^3$ . Частицы со схожими параметрами представлены облаком, так как имитирование всех реальных капель по отдельности затратно по вычислительным ресурсам. Объемная концентрация частиц, характерная для изучаемых процессов обледенения, невелика (порядка  $10^{-6}$ ). В этом случае взаимодействием облаков частиц друг с другом пренебрегаем.

Траектория движения облака частиц определяется путем интегрирования уравнения кинематики:

$$\frac{d\vec{x}_p}{dt} = \vec{U}_p. \quad (5)$$

Скорость частиц определяется из решения уравнения баланса сил. Сила, действующая на частицу, представляет собой сумму всех действующих сил. Примерами таких сил являются сила сопротивления окружающей среды, сила тяжести, плавучесть, сила давления:

$$m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_D + \vec{F}_G = \frac{3 m_p \mu C_D Re_p}{4 \rho_p D_p^2} (\vec{U} - \vec{U}_p) + m_p \vec{g} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right), \quad (6)$$

где  $\vec{F}_D$  – сила давления,  $\vec{F}_G$  – сила тяжести. Силой поверхностного натяжения пренебрегаем.

Комплекс  $C_D Re_p$  вычисляется в зависимости от выбранной модели расчета коэффициента сопротивления капли с помощью функции, зависящей от числа Рейнольдса частицы ( $Re_p$ ). Доступны модели: Путьнэма; Хабаши; Приходько; Гента; Очкова; Шиллера-Неймана.

Число Рейнольдса частицы:  $Re_p = \frac{\rho|U-U_p|D_p}{\mu}$ .

Также капельная модель включает в себя уравнение баланса массы капли:

$$\frac{dm_p}{dt} = \dot{m}_p = 0 \quad (7)$$

и уравнение теплового баланса капли:

$$m_p C_{pp} \frac{dT_p}{dt} = Q_T + Q_{vap} + Q_{rad}, \quad (8)$$

где  $C_{pp}$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении капли;  $T_p$  – среднеобъемная температура капли.

Так как в решаемых задачах температура окружающей среды значительно меньше температуры кипения капель, то процессы кипения и испарения не рассматриваем  $Q_{vap} = 0$ . Теплообмена с окружающей средой излучением нет  $Q_{rad} = 0$ .

В результате конвективного взаимодействия с основным потоком капельные струи забирают или отдают часть внутренней энергии потока газа. Тепловой поток от окружающей среды:

$$Q_T = htc \cdot S_p \cdot (T_{sp} - T), \quad (9)$$

где  $S_p = \pi D_p^2$  – площадь поверхности капли;  $T$  – температура окружающей среды.

Температура поверхности капли  $T_{sp}$ :

$$T_{sp} = \frac{2}{3} T_p + \frac{1}{3} T. \quad (10)$$

Коэффициент теплоотдачи  $htc$ :

$$htc = \frac{Nu \cdot \lambda}{D_p}, \quad (11)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности окружающей среды.

В качестве модели передачи тепла между каплей и окружающем газом можно выбрать из четырех моделей: Клифта; Фенга; Ранца-Маршалла и Уитакера. Наиболее используемая модель – Ранца-Маршалла, в которой используются коэффициенты для расчета числа Нуссельта  $Nu$  для капли сферической формы:

$$Nu = 2 + 0.6\sqrt{Re_p} \cdot \sqrt[3]{Pr}. \quad (12)$$

Число Прандтля газа  $Pr$ :

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda},$$

где  $c_p$  – удельная теплоемкость окружающей среды при постоянном давлении;  $\mu$  – динамическая вязкость окружающего газа.

Дополнительно реализованные модели расчета силы лобового сопротивления капли с различным коэффициентом сопротивления находятся в папке subModels/particlesLib/SphereChooseCdDrad.

Дополнительно реализованные модели расчета передачи тепла между каплями-частицами и окружающим воздухом находятся в папке subModels/particlesLib/HeatTransferModel. Блок-схема последовательности решения уравнений для частиц представлена на рис. 5.

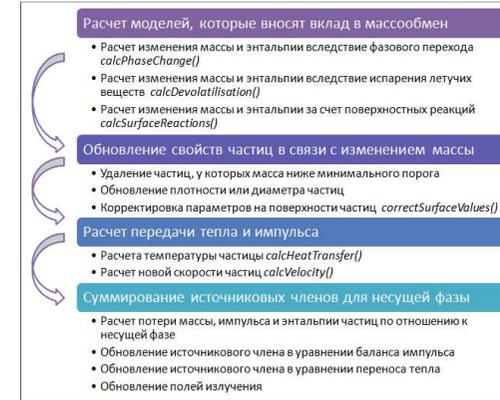


Рис. 5. Алгоритм расчета частиц

Fig. 5. Algorithm for calculating droplet particles

### 4.3 Источниковые члены, связывающие Эйлеров и Лагранжев подходы

Обмен импульсов между каплями и континуальной фазой:

$$\dot{\rho}_v \mathbf{V}_v = - \frac{1}{V_{cell}} \sum N_p m_p \frac{d\mathbf{U}_p}{dt}. \quad (13)$$

Обмен энергией между каплями и континуальной фазой:

$$\dot{\rho}_v e_v = - \frac{1}{V_{cell}} \sum N_p m_p \frac{dh_p}{dt}, \quad (14)$$

$h_p$  – удельная энтальпия капли.

Подводя итог, можно отметить, что данная модель является более корректной с физической точки зрения, а именно с точки зрения описания движения облака одинаковых частиц, по сравнению с Эйлер-Эйлер подходом.

### 4.4 Модель турбулентности Spalart-Allmaras

Для расчета величины турбулентной вязкости используется модель турбулентности Spalart-Allmaras (SA). Турбулентная модель SA представляет собой одно уравнение переноса для величины  $\tilde{\nu}$ , которая эквивалентна вихревой вязкости  $\nu_t$  вдали от границ. Уравнение переноса было получено эмпирически. Это уравнение, пренебрегая условиями перехода, имеет вид [16]:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + u_i \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} = C_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} - C_{\omega 1} f_{\omega} \left( \frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 + \frac{1}{\sigma} \left[ \nabla \cdot ((\nu + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu}) + C_{b2} ((\nabla \tilde{\nu}) \cdot (\nabla \tilde{\nu})) \right] \quad (15)$$

Здесь  $d$  – расстояние до ближайшей стенки. Турбулентная кинематическая вязкость  $\nu_t$  связана с рассчитываемой величиной  $\tilde{\nu}$  выражением

$$\nu_t = f_{v1} \tilde{\nu} \quad (16)$$

где  $f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{\chi 1}^3}$ ,  $\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$ ,  $\nu$  – ламинарная кинематическая вязкость.  $\tilde{S}$  связана с завихренностью  $S$  формулой  $\tilde{S} = S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa d^2} f_{v2}$ ,  $f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}$ ,  $\kappa$  – постоянная фон Кармана.

$$f_{\omega} = g \left( \frac{1 + C_{\omega 3}}{g^6 + C_{\omega 3}^6} \right)^{1/6}, \quad g = r + C_{\omega 2} (r^6 - r), \quad r = \frac{\tilde{\nu}}{S \kappa^2 d^2}, \quad \sigma = \frac{2}{3}, \quad \kappa = 0.41, \quad C_{b1} = 0.1355,$$

$$C_{b2} = 0.622, \quad C_{\omega 1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma}, \quad C_{\omega 2} = 0.3, \quad C_{\omega 3} = 2, \quad C_{v1} = 7.1.$$

Модель SA получила дальнейшее свое развитие [17-19]. В модели «Дискретный элементный подход» шероховатость учитывается с помощью дополнительных членов в уравнениях потока, которые представляют блокировку потока из-за шероховатостей, сопротивления и теплового потока на элементах с шероховатостями [17]. Однако этот подход требует радикальных изменений в уравнениях потока и не используется на практике.

Модель «Эквивалентный частичный подход» связывает реальную шероховатость с идеализированной шероховатостью со ссылкой на данные из экспериментов [18, 19], где высота отдельной части выводится из реальной формы шероховатости с помощью эмпирических корреляций. Эффект шероховатости имитируется повышением турбулентной вихревой вязкости в области стенки для достижения высоких уровней трения и теплового потока.

#### 4.5 Модель жидкой пленки

Для моделирования процесса образования льда на поверхности тела используются различные термодинамические модели. Среди них можно выделить модель Messinger [20], расширенную модель Messenger (модель Myers) [21], модель на основе теории мелкой воды (Shallow Water Ice Model - SWIM) [22], модель гидротермодинамики жидкой пленки с кристаллами [23].

В библиотеке OpenFOAM существуют две модели тонкой пленки *surfaceFilmModel: kinematicSingleLayer* и *thermoSingleLayer* [24, 25]. Вторая модель базируется на первой, только с учетом термодинамических эффектов, таких как испарение. Параметры и определения подмоделей задаются пользователем в словаре *constant/surfaceFilmProperties*.

В табл. 1 указаны основные модели для пленки.

Класс *thermoSingleLayer* можно применять для расчета поверхностных пленок, состоящих из одного компонента с постоянными или изменяющимися термодинамическими свойствами.

Он также может учитывать фазовый переход, впрыск капель из пленки в облако, передачу тепла, как со стенкой, так и с жидкостью, излучение, а также взаимодействие с гидрофильными и гидрофобными поверхностями.

Табл. 1. Подмодели для *thermoSingleLayer*

Table 1. Submodels for *thermoSingleLayer*

Модель	Название	Возможные варианты	Описание
Термическая модель	thermoModel	constant	Постоянные термодинамические характеристики
		singleComponent	Термодинамические характеристики вычисляются
Силы	forces	surfaceShear	Сила трения по поверхности
		thermocapillary	Термокапиллярная сила (Марангони)
		contactAngle	Сила краевого угла смачивания
Модели впрыска	injectionModels	curvatureSeparation	Разрыв пленки из-за кривизны стенки
		drippingInjection	Ввод капель вследствие капания
Модель изменения фазы	phaseChangeModel	None	Не учитывается
		standardPhaseChange	Модель испарения, включая кипение

Для моделирования пленочных слоев в OpenFOAM необходимо выделить из аэродинамической области дополнительную область сетки около обтекаемого тела. В этой выделенной области сетки рассчитываются все параметры тонкой пленки. Эта область сетки может быть создана с использованием двух утилит OpenFOAM. Сначала утилита *topoSet* используется для извлечения всех граней ячеек участка профиля из существующей

аэродинамической сетки, а извлеченный набор граней ячеек используется для выдавливания новой области сетки с помощью утилиты *extrudeToRegionMesh*. В словаре *extrudeToRegionMeshDict* задаются такие параметры, как набор граней ячейки для использования, количество слоев и толщина экструзии.

Для моделирования пленочного слоя используется так называемая тонкопленочная аппроксимация, которая означает, что скорость, нормальная к сетке на стенке, принимается равной нулю.

Поток в пристеночной пленке рассчитывается с помощью уравнения неразрывности:

$$\frac{\partial \rho \delta}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \delta \vec{U}) = S_{imp} + S_{splash} + S_{evap} + S_{sep}, \quad (17)$$

где  $\delta$  – толщина слоя пленки,  $S_{imp}$  – масса, добавленная в пленочный слой из-за столкновения капель,  $S_{splas}$  – масса, покидающая пленочный слой из-за разбрызгивания капель,  $S_{evap}$  – испарившаяся масса и  $S_{sep}$  – изменение массы за счет потенциального разделения пленочного слоя.

Уравнения импульса:

$$\frac{\partial \rho \delta \vec{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \delta \vec{U} \vec{U}) = -\delta \nabla p + S_{\rho \delta U} + \tau. \quad (18)$$

Здесь  $p$  – давление,  $S_{\rho \delta U}$  – вклад от падающих капель;  $\tau$  – напряжение от сил, действующих на пленку.

Вклад от давления состоит из 3-х частей:

- капиллярный эффект:  $p_{\sigma} = -\sigma \frac{\partial \delta}{\partial x_i \partial x_i}$ ;
- гидростатический вклад:  $p_{\delta} = -\rho x_i g_i \delta$ ;
- давление окружающего газа:  $p_g$ .

$\sigma$  – тензор поверхностного натяжения.

Уравнение энергии:

$$\frac{\partial (\rho \delta h)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \delta h) = S_{imp} + S_{evap}. \quad (19)$$

Был разработан новый класс *iceSingleLayer*, производный от *thermoSingleLayer*. Данный класс реализует наиболее общие особенности, характерные для моделей пленки, предназначенных для расчета процесса нарастания льда. Одной из таких моделей является модель SWIM [22], в которой уравнение энергии используется не для нахождения температуры, а для вычисления толщины льда в предположении, что внутри двухфазной пленки температуры воды и льда близки к температуре замерзания. Разработанный класс *SWIMILayer*, производный от *iceSingleLayer*, позволяет выполнять вычисления по обтеканию профилей с расчетом толщины льда по модели SWIM.

Все модели (газовой фазы, динамики капель, пленки) в конечном итоге были объединены в решателе iceFoam без учета движения границы льда и в решателе iceDuMFoam с поддержкой перестройки сетки в соответствии с фактическим положением границы льда.

#### 5. Результаты расчета

Ранее проводились экспериментальные исследования в аэроохлаждающих установках, климатических трубах и численные расчеты для модельных тел простейшей формы (2D цилиндр, 2D симметричный и несимметричный профиль, пластина, 3D стреловидное крыло, 3D входная часть двигателя, 3D клин, крыльчатка вентилятора и другие).

Для проверки работоспособности решателей iceFoam и iceDyMfoam были сформулированы краевые задачи для случая обтекания 2D цилиндра и 2D NACA 0012 профиля для случая «rime ice». Для обеих задач, на входе в расчетную область задавалось начальное положение сферических частиц, частота ввода частицы в расчетную область и суммарная масса частиц. Температура жидких частиц задавалась равной температуре окружающей среды. Таким образом, можно было рассчитать величину водности LWC. Для описания газокапельной среды использовались уравнения Рейнольдса и высорейнольдсовская модель турбулентности  $K - \omega$  SST с пристеночными функциями. Шаг по времени выбирался равным  $\Delta t = 10^{-5}$  с.

### 5.1 Результаты расчета для цилиндра

Многоблочная расчетная сетка для 2D цилиндра была построена с использованием открытой программы gmesh (рис. 6). Для цилиндра скорость набегающего потока задавалась равной  $U = 94$  м/с, диаметр цилиндра  $D = 15.2$  мм, размер капель  $D_p = 30$  мкм,  $T = 247$  К,  $Re = 1.4 \cdot 10^6$ . Также был реализован более универсальный метод биссектрис, позволяющий достаточно корректно перемещать узлы сетки для широкого набора обтекаемых профилей [26]. На рис. 7 показана схема перестроения геометрии тела при росте льда по алгебраическому методу биссектрис, где  $\vec{b}_1$  и  $\vec{b}_2$  это вектора биссектрис углов между соседними расчетными ячейками. Рост льда в узлах происходит вдоль вектора биссектрисы  $\vec{b}$ .

Важным недостатком метода биссектрис является то, что при таком подходе не выполняется закон сохранения массы. Чтобы сохранить массу, смещение красных узлов должно быть уменьшено (Рис. 7а). Помимо этого, при использовании алгебраического метода может возникнуть другая проблема – образование самопересечений границ нароста льда. Разделив процесс роста льда на итерации (Рис. 7б), можно применить поправку для учета кривизны поверхности (выпуклой или вогнутой), которая вызывает растяжение или сжатие граней новой геометрии. Фактически этот процесс эквивалентен вычислению объема через интеграл по  $n$  трапециям вместо интеграла по прямоугольнику. Поскольку промежуточные этапы выполняются заранее, это также позволяет обнаруживать и корректировать самопересечения льда.

При моделировании нарастания льда расчетные узлы сетки перемещаются с использованием обычного метода смещения узлов, следуя направлению начальных биссектрис. Затем находится новое криволинейное расстояние, после чего процесс переходит на следующую итерацию и повторяется вновь.

На рис. 8 представлена картина результатов моделирования намерзания рыхлого льда (rime ice) на цилиндре в момент времени  $t=80$  секунд. Данный расчетный случай соответствует случаю 4а работы [5]. Синяя кривая показывает форму льда, рассчитанную в iceFoam с помощью модели SWIM в сравнении с экспериментальными данными (красная кривая).

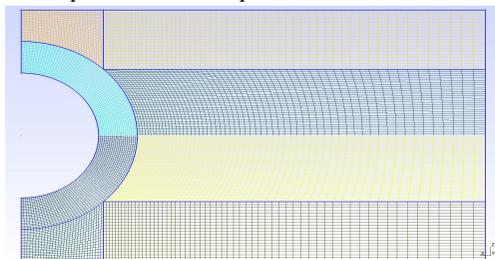


Рис. 6. Расчетная область и расчетная сетка  
Fig. 6. Computational domain and computational grid

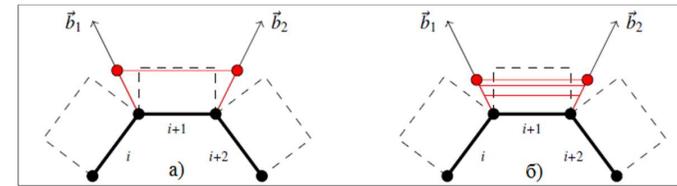


Рис. 7. Метод биссектрис а) одна итерация, б) несколько итераций  
Fig. 7. Bisector method a) one iteration, b) several iterations

На рис. 9 представлена картина результатов моделирования намерзания прозрачного льда (glaze ice) на цилиндре. Движение перестроение геометрии тела рассчитывается методом биссектрис, а расчет движения узлов сетки рассчитывается с помощью решения уравнения Лапласа.

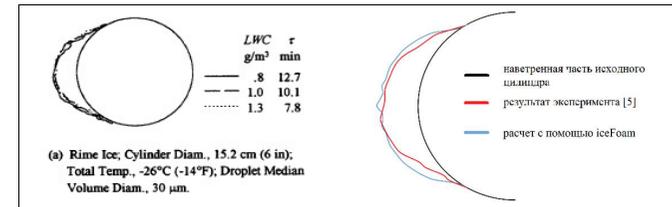


Рис.8. Расчет обтекания цилиндра с «rime ice»  
Fig. 8. Flow around cylinder with rime ice simulation

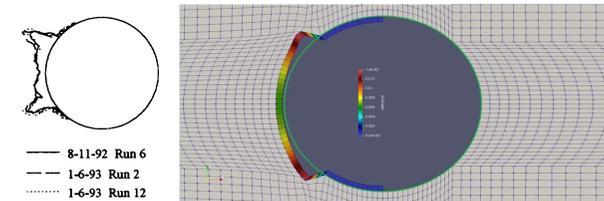


Рис. 9. Картина результатов моделирования намерзания льда с «glaze ice» для  $t=125$  с  
Fig. 9. Results of ice freezing modeling

Видно, что наплыв льда приплюснут, что соответствует экспериментальным данным. Максимальная толщина льда получилась близкой к эксперименту, а точную форму, высоту наростов в форме рожков не удалось правильно воспроизвести.

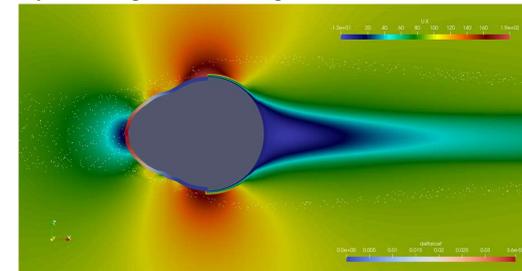


Рис. 10. Картина результатов моделирования движения частиц и намерзания льда  
Fig. 10. Picture of the results of modeling ice freezing

Картина результатов моделирования движения частиц представлены на рис. 10. Показаны полученные значения поле скорости для компоненты  $U_x$  для случая «rime ice», траектории движения частиц и распределение толщины пленки льда в момент времени  $t = 680$  с.

## 5.2 Результаты расчета для профиля NACA 0012

Для 2D профиля NACA 0012 при обтекании потоком под углом атаки 4 градуса расчетная сетка была построена с помощью утилит *blockMesh*, *extrudeMesh* и *extrudeToRegionMesh*. На первом этапе исследований расчетная сетка включала в себя 16 000 ячеек. Дополнительная сетка для моделирования динамики жидкой пленки и замерзания льда вокруг профиля состоит из 120 ячеек толщиной в одну ортогональную ячейку по высоте.

Решалась задача обтекания профиля под углом  $4^\circ$  потоком воздуха со скоростью  $U = 102.8$  м/с, размер капель  $D_p = 20$  мкм, температура  $T = 250.37$  К, водность LWC =  $0.55$  г/м<sup>3</sup>. На выходе расчетной области задавалось фиксированное значение для давления и температуры. Значения величины турбулентной вязкости *nut* в начальный момент времени во всей расчетной области и на границах входа задавались исходя из значения степени турбулентности набегающего потока  $Tu=5\%$  соответственно, на стенке профиля крыла задавалась пристеночная функция *nutWallFunction*.

В решателе iceFoam возможно использование дополнительной пристеночной функции *nutURoughWallFunction* для учета влияния шероховатости поверхности. При этом необходимо задать среднюю величину шероховатости *roughnessHeight*, 2 дополнительных параметра *roughnessConstant*, *roughnessFactor*.

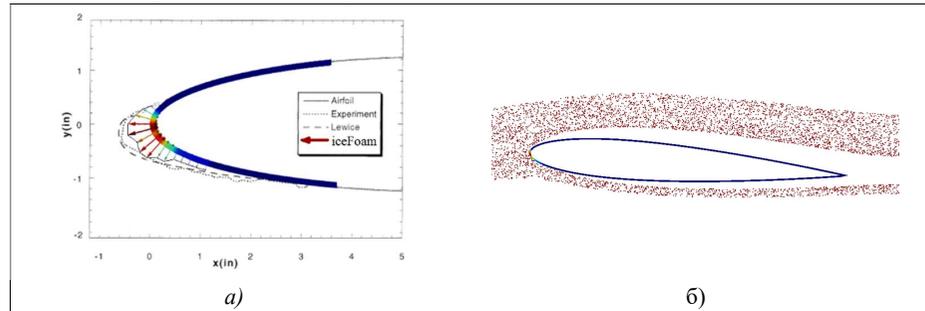


Рис. 11. Результаты моделирования профиля NACA 0012 на неподвижной сетке  
Fig. 11. Modeling results of the NACA 0012 airfoil on non-dynamic mesh

На рис. 11 показана траектория частиц (а) и распределение толщины пленки льда (б) по поверхности для расчета с неподвижной сеткой. Результаты расчетов сравнивались с результатами экспериментов NASA, случай № 405 [4]. Серой сплошной линией показаны результаты эксперимента, пунктирной линией – результаты кода LEWICE, цветными векторами – расчет с помощью iceFoam. Шаг по времени составил около  $10^{-6}$  секунд, количество пакетов частиц около 4 000. Скорость счета составила 0.75 ч/с на 8 ядрах.

Расчеты также проводились на сетках 64 000, 144 000 и 256 000 ячеек. Размер и форма льда изменялись незначительно при изменении количества ячеек в расчетной области. Среднее значение  $Y_{plus}$ , безразмерное расстояние от стенки до первого узла, на сетке с 256 000 ячеек было равно 49. Данное значение удовлетворяет требованиям модели пристеночных функций для высокорейнольдсово модели турбулентности [28].

Также для этого расчетного случая было проведено моделирование толщины льда с подвижной сеткой по методу биссектрис. Для лучшего разрешения была использована сетка на 144 000 ячеек. Результаты представлены на рис. 12 и 13.

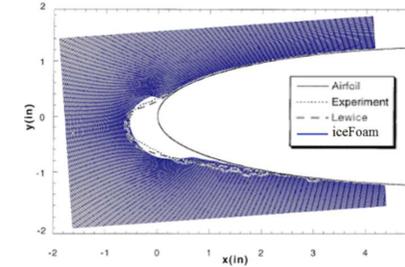


Рис. 12. Результаты моделирования с подвижной сеткой нароста льда для профиля NACA 0012  
Fig. 12 Ice airfoil simulation results for NACA 0012 with dynamic mesh

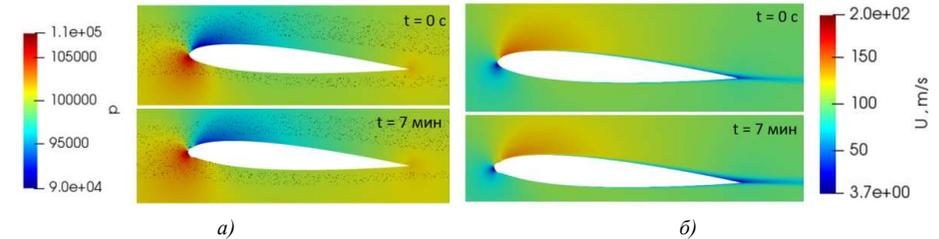


Рис. 13. Результаты моделирования с подвижной сеткой нароста льда для профиля NACA 0012  
a) поле давления; б) поле скорости  
Fig. 13. Ice airfoil simulation results for NACA 0012 with dynamic mesh  
a) pressure field; b) velocity field

Наличие подвижной сетки позволяет более корректно определять границу льда, которая и является искомой величиной. Тем более нарастание льда значительно изменяет течение и положение точки полного торможения потока (рис. 13), что в свою очередь влияет на аэродинамические характеристики крыла.

## 6. Заключение

В статье рассмотрены вопросы разработки и возможности решателя iceFoam для моделирования обтекания модельных тел газокпельным потоком и образования льда. Дальнейшее развитие решателя состоит в следующем:

- валидация и верификация решателя по отдельным модулям;
- добавление новых термодинамических моделей;
- добавление новых моделей для расчета границы между воздухом и льдом;
- сравнение расчетов с результатами эксперимента на известных тестовых задачах;
- улучшение масштабируемости решателя при запуске в параллельном режиме.

Вычисления были проведены с использованием ресурсов вычислительного кластера лаборатории СПО ЦМТС ИСП РАН. Для расчета одного примера было использовано от 8 до 32 вычислительных ядер.

## Список литературы / References

- [1]. Крапошин М.В., Стрижак С.В. Проблемно-ориентированная библиотека SOWFA для решения прикладных задач ветроэнергетики. Труды ИСП РАН, том 30, вып. 6, 2018 г., стр. 259-274. DOI: 10.15514/ISPRAS-2018-30(6)-14 / Kraposhin M.V., Strijhak S.V. The problem-oriented library SOWFA for solving the applied tasks of wind energy. Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS, vol. 30, issue 6, 2018, pp. 259-274 (in Russian).

- [2]. Кошелев К.Б., Стрижак С.В. Моделирование динамики частиц в планетарном пограничном слое и в модельном ветропарке. Труды ИСП РАН, том 31, вып. 6, 2019 г., стр. 177-186. DOI: 10.15514/ISPRAS-2019-31(6)-10. / Koshelev K.B., Strijhak S.V. Simulation of particle dynamics in planetary boundary layer and in a model wind farm. Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS, vol. 31, issue 6, 2019. pp. 177-186 (in Russian).
- [3]. Kraposhin M, Bovtrikova A, Strijhak S. Adaptation of Kurganov-Tadmor numerical scheme for applying in combination with the PISO method in numerical simulation of flows in a wide range of Mach numbers. Procedia Computer Science, vol. 66, 2015, pp. 43-52.
- [4]. Shin J., Bond T.H. Result of an Icing Test on a NACA 0012 Airfoil in the NASA Lewis Icing Research Tunnel. In Proc. of the 30th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 1992. 20 p.
- [5]. Andreson D.N. Rime-, Mixed-, and Glaze-Ice Evaluations on Three Scaling Laws. NASA Technical Memorandum 106461. AIAA-94-0718, 1994. 14 p.
- [6]. Papadakis M. et al. Experimental Investigation of Water Droplet Impingement on Airfoils, Finite Wings, and an S-duct Engine Inlet. NASA/TM-2002-211700, 2002. 435 p.
- [7]. Алексеенко С.В., Приходько А.А. Численное моделирование обледенения цилиндра и профиля. Обзор моделей и результаты расчетов. Ученые записки ЦАГИ, том XLIV, № 6, 2013 г., стр. 25-57 / Alekseenko S.V., Prikhodko A.A. Numerical modeling of cylinder and profile icing. Review of models and calculation results. TsAGI Scientific Notes, vol. XLIV, № 6, 2013, pp. 25-57 (in Russian).
- [8]. Wright W.B. User's manual for the improved NASA Lewis ice accretion code LEWICE 1.6. Technical report, NASA TR-198355, 1995. 95 p.
- [9]. Bourgault Y., Boutanos Z., Habashi W.G. Three-dimensional Eulerian approach to droplet impingement simulation using FENSAP-ICE, Part 1: Model, Algorithm, and Validation. Journal of Aircraft, vol. 37, no. 1, 2000, pp. 95-103.
- [10]. Pena D, Hoarau Y, Laurendeau E. Development of a three-dimensional icing simulation code in the NSMB flow solver. International Journal of Engineering Systems Modelling and Simulation, vol. 8, № 2, 2016, pp. 86-98.
- [11]. Pena D., Hoarau Y., Laurendeau E. A single step ice accretion model using Level-Set method. Journal of Fluids and Structures, vol. 65, 2016, pp. 278–294.
- [12]. Gori G., Zocca M., Garabelli M., Guardone A., Quaranta G. PoliMice: A simulation framework for three-dimensional ice accretion. Applied Mathematics and Computation, vol. 15, 2015, pp. 96-107.
- [13]. Zocca M., Gori G., and Guardone A. Blockage and Three-Dimensional Effects in Wind-Tunnel Testing of Ice Accretion over Wings. Journal of Aircraft, vol. 54, no. 2, 2017, pp. 759-767.
- [14]. Trontin P., Blanchard G., Kontogiannis A., Villedieu P. Description, assessment of the new ONERA 2D icing suite IGLOO2D. In Proc. of the 9th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference, 2017. 28 p.
- [15]. Волков А.В., Зыонг Д.Т. Применение метода Галеркина с разрывными функциями к решению системы уравнений динамики водяной взвеси в воздушном потоке. Ученые записки ЦАГИ, том XLVIII, № 5, 2017 г., стр. 1-18 / Volkov A.V., Zyong D.T. Application of the Galerkin method with discontinuous functions to the solution of the system of equations for the dynamics of a water suspension in an air flow. TsAGI Scientific Notes, vol. XLVIII, № 5, 2017, pp. 1-18 (in Russian).
- [16]. Spalart P. R., Allmaras S. R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. In Proc. of the 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 1992, AIAA Paper 1992-0439.
- [17]. Aupoix B. Modelling of boundary layers over rough surfaces. Fluid Mechanics and Its Applications, vol. 24, 1994, pp. 16-20.
- [18]. Spalart P. Trends in turbulence treatments. In Proc. of the Fluids 2000 Conference and Exhibit, 2000, AIAA Paper 2000-2306.
- [19]. Aupoix B., Spalart P.R. Extensions of the Spalart–Allmaras turbulence model to account for wall roughness // International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 24, issue 4, 2003, pp. 454-462.
- [20]. Messinger B. Equilibrium temperature of an unheated icing surface as a function of airspeed. Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 1, no. 20, 1953, pp. 29-42.
- [21]. Myers T.G. Extension to the Messinger model for aircraft icing. AIAA Journal, vol. 39, no. 2, 2001, pp. 211–218.
- [22]. Bourgault Y., Beaugendre H., Habashi W. Development of a shallow-water icing model in FENSAP-ICE. Journal of Aircraft, vol. 37, no. 4, 2000, pp. 640–646.
- [23]. Кашеваров А.В., Стасенко А.Л. Гидротермодинамика жидкой пленки с кристаллами на поверхности тела в потоке воздуха, содержащем частицы льда. Прикладная математика и техническая физика, № 2, 2017 г., стр. 103–114 / Kashevarov A.V., Stasenko A.L. Hydro-

- Thermodynamics of a Liquid Film with Crystals on the Body Surface in an Air Flow Containing Ice Particles. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, № 2, 2017, pp. 103–114 (in Russian).
- [24]. Jungskog E. Description of reactingParcelFilmFoam. CFD with OpenSource software. A course at Chalmers University of Technology Taught by Hakan Nilsson. 2014. 31 p.
- [25]. Beld E. J. Droplet impingement and film layer modeling as a basis for aircraft icing simulations in OpenFOAM. Master thesis. TU Twente, 2013, 49 p.
- [26]. Bourgault-Côté S., Hasanzadeh K., Lavoie P., Laurendeau E. Multi-Layer Icing Methodologies for Conservative Ice Growth. In Proc. of the 7th European Conference for Aeronautics and Aerospace Sciences (EUCASS), 2017, 15 p.
- [27]. Ципенко В.Г., Шевяков В.И. Обеспечение безопасности полета транспортных воздушных судов с учетом новых сертификационных требований к условиям обледенения. Научный вестник МГТУ ГА, том 22, no. 3, 2019 г., стр. 45–56 / Tsipenko V.G., Shevyakov V.I. Promotion of transport aircraft flight safety taking into account updated certification requirements for icing conditions. Civil Aviation High Technologies (Nauchnyi Vestnik MGTU GA), vol. 22, no. 3, 2019, pp. 45–56 (in Russian).
- [28]. Смирнов Е.М., Гарбарук А.В. Конспекты лекций дисциплины. Течения вязкой жидкости и модели турбулентности: методы расчета турбулентных течений. СПбПУ, 2010 г., 127 стр. / Smirnov E.M., Garbaruk A.V. Discipline lecture notes. Viscous fluid flows and turbulence models: methods for calculating turbulent flows. SPbPU, 2010, 127 p. (in Russian).

## Информация об авторах / Information about authors

Константин Борисович КОШЕЛЕВ – кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник. Сфера научных интересов: вычислительная гидродинамика, гидрология, геоинформатика.

Konstantin Borisovich KOSHELEV is candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, senior researcher. Research interests: computational fluid dynamics.

Валерия Геннадиевна МЕЛЬНИКОВА – аспирант МГТУ, кафедра «Аэрокосмические системы», научный сотрудник ИСП РАН. Сфера научных интересов: вычислительная гидродинамика, метод контрольного объема, подвижные сетки, лагранжевы подход.

Valeriia Gennadiievna MELNIKOVA – PhD student of Bauman Moscow State Technical University, «Aerospace systems» department, researcher at ISP RAS. Research interests: computational fluid dynamics, finite volume method, dynamic meshes, particles.

Сергей Владимирович СТРИЖАК – кандидат технических наук, ведущий инженер. Сфера научных интересов: вычислительная гидродинамика, многофазные течения, турбулентность.

Sergei Vladimirovich STRIJHAK – candidate of technical sciences, leading engineer. Research interests: computational fluid dynamics.