



## Архитектура программного средства с открытым исходным кодом для численного моделирования потоков на горных склонах

Д.И. Романова, ORCID: 0000-0002-5771-4114 <romanovadi@gmail.com>

Институт системного программирования им. В.П. Иванникова РАН,  
109004, Россия, г. Москва, ул. А. Солженицына, д. 25  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
119991, Россия, Москва, Ленинские горы, д. 1

**Аннотация.** В настоящей работе разрабатывается архитектура решателя, реализующего новую трехмерную математическую модель для описания динамики потоков на склонах с учётом захвата и отложения материала. Также проводится сравнение двух подходов для описания динамики потоков на склонах: с использованием осреднённых по глубине уравнений механики сплошной среды (уравнений типа мелкой воды) и с использованием трёхмерного моделирования, основанного на полных, не осреднённых по глубине, уравнениях механики сплошной среды. С применением этих двух подходов проведено моделирование экспериментов по спуску потока в лотке и взаимодействию потока с комплексом заградительных сооружений. Проведено сравнение численных решений с экспериментальными данными. Кроме того, оба подхода применены к расчёту снежной лавины в 22-ом лавинном очаге горы Юкспор (Хибин). Дальность выброса лавины и форма лавинных отложений сравнивалась с натурными данными, полученными по результатам измерения реальной лавины, сошедшей в данном очаге. В процессе численного эксперимента были получены распределения таких величин, как скорость потока, глубина, плотность, молекулярная и турбулентная вязкость, значения плотности турбулентной кинетической энергии, диссипации турбулентной кинетической энергии, значение напряжения сдвига на дне потока. С использованием полученных данных разрабатывается математическая модель для описания захвата потоком материала подстилающей поверхности при её разрушении и отложения материала потока на склон. Для реализации полученной математической модели разработана архитектура решателя multiphaseEulerChangeFoam, реализующего трёхфазную многоскоростную модель с фазовыми переходами между материалом подстилающей поверхности и материалом движущегося потока. В качестве основы для разрабатываемого решателя взят классический решатель multiphaseEulerFoam из пакета OpenFOAM.

**Ключевые слова:** математическое моделирование; численное моделирование; снежная лавина; грязекаменный сел; склоновые потоки; OpenFOAM; faSavageHutterFoam; interFoam; multiphaseEulerChangeFoam; неньютоновская среда; среда Хершеля-Балкли; многофазный поток; турбулентный поток; k-ε модель турбулентности; уравнения мелкой воды

**Для цитирования:** Романова Д.И. Архитектура программного средства с открытым исходным кодом для численного моделирования потоков на горных склонах. Труды ИСП РАН, том 32, вып. 6, 2020 г., стр. 183-200. DOI: 10.15514/ISPRAS-2020-32(6)-14

**Благодарности:** Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90105

## Architecture of Open Source Program for Numerical Modeling of Flows on Mountain Slopes

D.I. Romanova, ORCID: 0000-0002-5771-4114 <romanovadi@gmail.com>

Ivannikov Institute for System Programming of the Russian Academy of Sciences,  
25, Alexander Solzhenitsyn st., Moscow, 109004, Russia.  
Lomonosov Moscow State University,  
GSP-1, Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia

**Abstract.** In this paper, we compare two approaches to describe the dynamics of flows on mountain slopes using the depth-averaged equations of continuum mechanics and using the complete, not depth-averaged, equations of continuum mechanics for three-dimensional modeling. Using these two approaches, a simulation of an experimental slush flow in the tank and the interaction of the flow with dam barrier protection was carried out. Numerical solutions are compared with experimental data. Also, both approaches are applied to the calculation of an avalanche in the 22nd avalanche cite of Mount Yukspor (Khibiny). Avalanche run-out distance and the shape of the avalanche deposits are compared with field data obtained from the measurement of a real avalanche. In the course of a numerical experiment, distributions of such quantities as flow velocity, depth, density, molecular and turbulent viscosity, values of the density of turbulent kinetic energy, dissipation of turbulent kinetic energy, and shear stress at the bottom of the flow were obtained. Using the obtained data a mathematical model is developed to describe the entrainment of the underlying material by the flow during slope erosion and the deposition of the flow material on the slope. To implement the obtained mathematical model, the architecture of the multiphaseEulerChangeFoam solver was developed, which implements a three-phase multi-velocity model with phase exchange between the material of the underlying surface and the material of the flow. The classic solver multiphaseEulerFoam from the OpenFOAM package is taken as a basis for the developed solver.

**Keywords:** mathematical modeling; numerical modeling; snow avalanche; mudflow; slope flow; OpenFOAM; faSavageHutterFoam; interFoam; multiphaseEulerChangeFoam; non-Newtonian fluid; Herschel-Bulkley fluid; multiphase flow; turbulent flow; k-ε turbulence model; shallow water equations

**For citation:** Romanova D.I. Design of open source software architecture for numerical modeling of flows on mountain slopes. Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS, vol. 32, issue 6, 2020, pp. 183-200 (in Russian). DOI: 10.15514/ISPRAS-2020-32(6)-14

**Acknowledgements.** The reported study was funded by RFBR, project number 19-31-90105.

### 1. Введение

Потоки на склонах гор, такие как лавины, грязекаменные сели, оползни, представляют большую опасность для жизнедеятельности людей, разрушают объекты инфраструктуры, сельского хозяйства, создают помехи для автомобильного и железнодорожного сообщения. Эти явления изучаются уже больше века и было разработано много методов для прогнозирования лавин и селей, оценки опасности территорий, построения заградительных, отводящих и удерживающих сооружений, предупредительных спусков лавин меньшей мощности. Однако, эти смертоносные явления в горах продолжают происходить и приводят к большому материальному ущербу и гибели десятков людей. Начиная с 2010 года, можно перечислить следующие катастрофы:

- 1 января 2010 года оползни, вызванные проливными дождями на острове Илья Гранди бразильского штата Рио-де-Жанейро, привели к гибели более 50 человек;
- 24 октября 2011 года сильные грозы в северной области Лигурия и центральной Тоскане спровоцировали мощные селевые потоки и оползни, что привело к гибели десяти человек;
- 14 октября 2012 года селевой поток разрушил школу в провинции Юньнань в Китае, погибли 18 школьников;

- Барсемская селевая катастрофа в июле 2015 года в Таджикистане [1] привела к очень большому материальному ущербу;
- в феврале 2016 года лавина с горы Юкспор, рассмотренная в данной работе унесла жизни 3 людей, завалила автомобильную и производственную железную дороги, выбила окна в близлежащем жилом доме;
- 1 сентября 2017 года пять сёл в Эльбрусском районе были отрезаны селом от мира, когда из-за сильных дождей произошел прорыв высокогорных ледниковых Башкаринских озёр [2];
- 19 января 2017 года отель Rigoriano в Италии накрыт лавиной, сошедшей с горы Гран-Сассо в регионе Абруццо.

Этот список можно ещё долго продолжать, однако приведённых примеров достаточно, чтобы утверждать, что проблемы лавинной и селевой безопасности требуют более глубокого и детального исследования.

Математическое моделирование динамики потоков на склонах гор позволяет спрогнозировать опасные зоны, изучить эрозию склона или русла потоком, рассчитать нагрузку на заградительные, удерживающие или отводящие сооружения.

В данной работе исследуется перспективность применения двух различных подходов для моделирования снежных лавин, грязекаменных селей, оползней: с помощью осреднённых по глубине уравнений механики сплошной среды и полного трёхмерного подхода с использованием уравнений механики сплошной среды для многофазной среды. На самом деле подходов для моделирования потоков на склонах намного больше, их обзор представлен, например, в работах [3], [4]. Для сравнения взяты самый популярный в настоящее время подход (с использованием осреднённых по глубине уравнений) и самый информативный (с использованием уравнений механики сплошной среды для трёхмерного моделирования динамики потока).

### 1.1 Обзор использования осреднённых по глубине уравнений механики сплошной среды для описания динамики потоков на склонах

Осреднённые по глубине уравнения механики сплошной среды используются для описания потоков, в которых линейный масштаб вдоль склона  $L$  много больше их характерной глубины  $h$  (приближение мелкой воды). Для многих потоков на горных склонах это условие выполняется. Эти уравнения выводятся интегрированием по глубине вдоль нормали к склону (или – для потоков в руслах и лотках – по поперечному сечению) полных уравнений механики сплошных сред. При выводе пренебрегается некоторыми членами, которые считаются малыми в силу малости отношения  $h/L$ , и делаются дополнительные предположения о виде членов, описывающих трение и массообмен на дне и на верхней границе потока. Таким образом уменьшается размерность задачи и, в классическом варианте, решается уже не трёхмерная, а двумерная задача в проекции на склон.

Данный подход в основном используется в настоящее время наряду с моделями материальной точки. Уравнения мелкой воды реализованы во многих коммерческих программных кодах, используемых для моделирования склоновых потоков, например, пакетах DAN [5], SamosAT [6], [7], FLATModel [8], RAMMS [9].

Есть также открытые альтернативы данным программным продуктам, например, пакеты TITAN2D [10], [11] и g.avaflow [12], [13], моделирование потоков на склоне с использованием пакета GERRIS [14], решатель faSavageHutterFoam пакета OpenFOAM [15], [16], который используется в данной работе.

Стоит отметить, что данный метод моделирования с использованием уравнений мелкой воды подходит в основном для плотных потоков, то есть плотных лавин, грязекаменных селей и оползней. Также он не позволяет рассчитывать прочность заградительных сооружений, так

как не может дать информации о трёхмерном распределении нагрузки на исследуемый объект, а лишь некоторые интегральные характеристики [17].

### 1.2 Обзор использования уравнений полных, не осреднённых по глубине, уравнений механики сплошной среды для трёхмерного моделирования динамики потоков на склонах

Второй подход – трёхмерное моделирование динамики потоков на склонах гор – не получил широкого распространения из-за очевидной вычислительной сложности такой задачи, так как в длину поток может достигать нескольких километров, а в толщину порядка нескольких десятков метров. Помимо этого, при трёхмерном подходе есть проблема формулировки реологических соотношений для материалов потоков, проблемы моделирования турбулентности для потоков сред со сложной реологией. Однако есть ряд задач, в которых невозможно обойтись моделью мелкой воды, например, расчёт заградительных, удерживающих и отводящих сооружений. Для расчета сил, действующих на конструкции при ударе потока, необходимо знать распределение скорости и давления, в том числе, по глубине потока. Модель мелкой воды не может дать таких распределений, так как в ней рассматриваются лишь осреднённые по глубине параметры потока.

Второй важной задачей, для решения которой нужен трёхмерный подход, является вывод физически обоснованных формул для членов уравнений, описывающих трение на дне, а также скорость вовлечения потоком подстилающего материала и отложение материала потока на склон. Эмпирические формулы, используемые в настоящее время, содержат коэффициенты, не связанные непосредственно со свойствами движущегося материала и характеристиками склона. Они определяются для каждого региона только путем обратных расчетов потоков, для которых имеются данные измерения их параметров.

Существует несколько реализаций трёхмерного моделирования динамики потоков на склонах; например, в работе Ямагучи (Yuuya Yamaguchi) и соавторов [18] используется метод конечных элементов на основе подхода Петрова-Галёркина. В работе склоновый поток (снежная лавина) рассматривается как двухфазный (снег и воздух), снег представлен бингамовской жидкостью.

В работе Оды (Kenichi Oda) и соавторов [19] также используется двухфазный подход для описания динамики снежной лавины, только в отличие от работы [18] система уравнений решается конечно-разностным методом.

В работе [20] двухфазный подход для моделирования лавины решается с помощью метода конечных объёмов с использованием пакета OpenFOAM. Именно данный метод будет исследован в данной работе.

Стоит отметить, что при использовании многофазного подхода для трёхмерного моделирования динамики потока на склоне сильно расширяется область применимости по сравнению с предыдущим подходом (с использованием уравнений мелкой воды). Таким образом, можно исследовать не только лавины из мокрого снега, но и снежно-пылевые лавины, всевозможные селевые и оползневые потоки, а также мутьевые потоки под водой.

### 1.3 Использование комбинированных методов

В силу вышеперечисленных обзоров использования двух, рассмотренных в настоящей статье, подходов, наиболее эффективным предполагается комбинировать оба подхода таким образом, чтобы расчёт динамики потока большого масштаба проводился с помощью осреднённых по глубине уравнений механики сплошной среды, а выделенные, особо важные области, например, взаимодействие с препятствиями, моделировались с помощью полных, не осреднённых по глубине, уравнений механики сплошной среды.

## 2. Математическая модель потока на склоне с использованием уравнений мелкой воды

Для описания динамики потоков снега, воды, камней, грязи на склонах в данной работе используются модифицированные уравнения мелкой воды, выведенные Раутером (Matthias Rauter) и Туковиком (Zeljko Tukovic) [15]. Эти уравнения схожи с предложенными для расчёта снежных лавин Григоряном, Эглит и Якимовым [3], [21], и Севеджем (Stuart Savage) и Хуттером (Kolumban Hutter) [22], [23] для гранулированных потоков. В работах [21]–[23] и многих других используется криволинейная система координат вдоль склона, и параметры потока рассчитываются в этой, связанной со склоном системе координат. Математическая модель Раутера и Туковика, используемая в данной работе отличается от [21]–[24] тем, что она записывается в глобальной декартовой системе координат, не привязанной к склону. Такой подход позволяет с меньшими вычислительными затратами учитывать влияние кривизны склона на динамику потока.

Выпишем систему уравнений, описывающих движение потока:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h\bar{\mathbf{u}}) = 0, \\ \frac{\partial(h\bar{\mathbf{u}})}{\partial t} + \nabla_t \cdot (h\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) = -\frac{1}{\rho}\tau_b + h\mathbf{g}_t - \frac{1}{2\rho}\nabla_t(hp_b), \\ \nabla_n(h\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) = h\mathbf{g}_n - \frac{1}{2\rho}\nabla_n(hp_b) - \frac{1}{\rho}\mathbf{n}_b p_b. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь горизонтальной чертой над символом обозначается осреднение по глубине потока по нормали к склону,  $h$  – глубина потока,  $\bar{\mathbf{u}}$  – средняя по глубине потока скорость,  $\rho$  – плотность потока,  $\tau_b$  и  $p_b$  – касательное напряжение и давление на дне,  $\mathbf{g}$  – ускорение свободного падения, индексом  $t$  обозначается проекция на касательную к склону плоскость, индексом  $n$  – на нормаль. Первое уравнение системы (1) представляет собой осреднённое по глубине уравнение неразрывности, второе и третье уравнения системы (1), представляют собой нормальную и касательную к склону составляющие осреднённого по глубине закона сохранения количества движения, записанные в векторном виде (такой подход имеет преимущества при реализации методом конечного объема):

$$\frac{\partial(h\bar{\mathbf{u}})}{\partial t} + \nabla \cdot (h\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) = -\frac{1}{\rho}\tau_b + h\mathbf{g} - \frac{1}{2\rho}\nabla(hp_b) - \frac{1}{\rho}\mathbf{n}_b p_b. \quad (2)$$

Последнее уравнение системы (1) получается посредством умножения уравнения (2) на  $\mathbf{n}_b$ , тогда первый член зануляется, так как коллинеарен склону; по аналогичному принципу равен нулю член с трением на дне, так как он также действует в плоскости склона. Далее полученное выражение дополнительно домножается на вектор нормали к поверхности склона  $\mathbf{n}_b$  для получения уравнения на давление с учётом его направления  $\mathbf{n}_b p_b$ . Для получения закона сохранения количества движения в тангенциальном направлении уравнение на давление вычитается из (2).

Подробный вывод уравнений системы (1) представлен в работе [15].

В уравнениях (1) вводится градиент по направлению в векторном виде:

$$\nabla_t = (\mathbf{I} - \mathbf{n}_b \mathbf{n}_b) \cdot \nabla, \quad \nabla_n = (\mathbf{n}_b \mathbf{n}_b) \cdot \nabla. \quad (3)$$

Проекция вектора гравитационного ускорения  $\mathbf{g}_t$  и  $\mathbf{g}_n$  вычисляются аналогичным [grad] методом (вместо оператора набла  $\nabla$  подставляется вектор гравитационного ускорения  $\mathbf{g}$ ).

Произведение векторов надо понимать, как внешнее (тензорное) произведение:

$$\mathbf{u}\mathbf{v} = \mathbf{u} \otimes \mathbf{v} = \mathbf{u}\mathbf{v}^T$$

В модели используется замыкающее соотношение для трения на дне  $\tau_b(\mathbf{x}_b)$ . При использовании осреднённых по глубине уравнений  $\tau_b$  обычно считается функцией  $h$ ,  $|\bar{\mathbf{u}}|$ , которые зависят от  $\mathbf{x}_b$  и времени. Этот член является функцией координаты точки на склоне  $\mathbf{x}_b$ . Существует много различных моделей, описывающих трение на дне, среди которых модель Фелми (Adolf Voellmy) [25], модель Кристена (Marc Christen) и соавторов [9], использованная в работе [26], модель Сэвиджа-Хуттера [22], [23]. В данном исследовании используется модель, аналогичная модели Фелми [25]:

$$\tau_b = \mu p_b \frac{|\bar{\mathbf{u}}|}{|\bar{\mathbf{u}}| + u_0} + \frac{\rho g}{\xi} |\bar{\mathbf{u}}|. \quad (4)$$

Здесь  $\mu$  и  $\xi$  – константы, зависящие от размера, типа и других параметров потока на склоне. Параметр  $u_0$  – малая величина, введённая, чтобы исключить деление на нуль при осуществлении расчетов.

## 3. Математическая модель динамики потока на склоне с использованием многофазного подхода

При этом подходе поток рассматривается как многофазное течение, осреднение по глубине не используется. Одна из фаз – воздух, другая – материал потока (снег или грязекаменная смесь), третьей фазой может быть материал подстилающей поверхности. В данной работе рассматривается двухфазная модель – поток-воздух. Используется  $k-\varepsilon$  модель турбулентности, основанная на работах [27], [28].

В работе используется метод VOF (объём жидкости) для отслеживания границы свободной поверхности, который был предложен Хиртом и Николсом в 1981 году [29]. Данный метод не отслеживает границу явно, она задаётся как пороговое значение для объёмной доли фазы. Выпишем систему уравнений для описания двухфазной модели течения, в которой каждая из фаз считается несжимаемой и обе фазы имеют единую скорость (5). Данная модель состоит из следующих уравнений: уравнение неразрывности, уравнения переноса объёмной доли одной из фаз, уравнения сохранения количества движения, уравнение для расчёта турбулентной кинетической энергии и уравнение диссипации турбулентной кинетической энергии.

$$\begin{cases} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0, \\ \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\alpha) = 0, \\ \frac{\partial(\rho\bar{\mathbf{u}})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} + \rho \bar{\mathbf{f}}, \\ \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\bar{\mathbf{u}}k) = \nabla \cdot (\mu \nabla k) - \nabla \cdot \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla k + P_k \right) - \rho \varepsilon, \\ \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\bar{\mathbf{u}}\varepsilon) = C_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon}{k} - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \nabla \cdot \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right). \end{cases} \quad (5)$$

Здесь  $\mathbf{u}$  – скорость смеси;  $\alpha$  – объёмная доля выбранной фазы;  $\bar{\boldsymbol{\tau}} = 2\mu_{eff}\bar{\mathbf{s}}$  – тензор напряжений, выраженный через тензор скоростей деформации  $\bar{\mathbf{s}} = 0.5[\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T]$ , горизонтальной чертой над буквами обозначается осреднение по Рейнольдсу;  $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$  – эффективный коэффициент вязкости, сумма молекулярной вязкости и турбулентной, последняя вычисляется по формуле  $\mu_t = \rho C_\mu k^2/\varepsilon$ ;  $\rho$  – плотность смеси;  $\bar{p}$  – давление;  $\bar{\mathbf{f}}$  – плотность массовых сил;  $k$  – плотность турбулентной кинетической энергии;  $\varepsilon$  – диссипация плотности турбулентной кинетической энергии;  $P_k$  – скорость производства турбулентной

кинетической энергии средним течением,  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $C_{\mu}$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_{\varepsilon}$  – коэффициенты модели турбулентности.

Объёмная доля фазы принимает значения в диапазоне  $0 \leq \alpha \leq 1$ . В случае, например, если  $\alpha = 0$  в ячейке, то она полностью заполнена фазой 0, или, если  $\alpha = 1$  в ячейке, то она полностью заполнена фазой 1.

Две несжимаемые и несмешиваемые фазы представлены в вычислительной области некоторой смесью с физическими характеристиками, посчитанными по принципу весового среднего (6), (7):

$$\rho = \rho_1 \alpha + \rho_0 (1 - \alpha), \quad (6)$$

$$\mu = \nu \rho, \quad \nu = \nu_1 \alpha + \nu_0 (1 - \alpha), \quad (7)$$

где  $\rho_0$  и  $\nu_0$ ,  $\rho_1$  и  $\nu_1$  – плотность и эффективный кинематический коэффициент вязкости каждой из фаз, соответственно.

При моделировании потоков на склонах вязкость материала склонового потока (снега, грязекаменной или водоснежной смеси) не является константой, а зависит от скорости сдвига  $\dot{\gamma} = \sqrt{2\bar{\mathbf{s}} \cdot \bar{\mathbf{s}}}$ :

$$\nu_1 = \nu_1(\dot{\gamma}) = \min \left( \nu_{ref}, \frac{\tau_{ref}}{\dot{\gamma}} + K \dot{\gamma}^{n-1} \right). \quad (8)$$

В последнем выражении предполагается, что фаза, представляющая материал склонового потока, рассматривается как жидкость Хершеля-Балкли. Здесь  $K$  – коэффициент консистенции,  $\tau_{ref}$  – предел текучести.

Более детальное описание математической модели можно найти в книге Ферцигера (Joel H. Ferziger) и Перича (Milovan Peric) [30].

#### 4. Вычислительный метод

Для решения вышеперечисленных систем уравнений используется свободно распространяемый пакет с открытым исходным кодом OpenFOAM. Для уравнений мелкой воды использовался решатель faSavageHutterFoam. Для решения трёхмерной задачи динамики многофазного течения используется решатель interFoam. **Модель с использованием уравнений мелкой воды**

Используются следующие аппроксимационные схемы:

- производные по времени  $\frac{\partial}{\partial t}$  аппроксимируются с помощью неявного метода Эйлера;
- оператор градиента  $\nabla$  аппроксимируется центрально-разностной схемой;
- оператор дивергенции  $\nabla \cdot$  аппроксимируется с помощью противопоточной схемы с настраиваемыми весами;
- оператор Лапласа  $\nabla^2$  аппроксимируется центрально-разностной схемой с явной неортогональной коррекцией;
- другие, не перечисленные выше члены описываются с помощью центрально-разностной схемы.

В библиотеке faSavageHutterFoam реализован следующий алгоритм решения системы уравнений:

- 1) решается уравнение для нахождения давления на дне  $p_b$  (нормальная к склону составляющая закона сохранения количества движения);
- 2) решается уравнение для скорости (закон сохранения количества движения в проекции на касательную к склону плоскость), в котором используются обновленные значения давления на дне;

- 3) последним решается осреднённое по глубине уравнение неразрывности для нахождения глубины потока.

#### 4.2 Модель с использованием многофазного подхода

Используются следующие аппроксимационные схемы:

- производные по времени  $\frac{\partial}{\partial t}$  аппроксимируются с помощью неявного метода Эйлера;
- поток объёмной доли фазы  $\nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\alpha)$  аппроксимируется при помощи схемы Ван Лира;
- поток массы смеси  $\nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}}\alpha)$  аппроксимируется с помощью противопоточной схемы с весами;
- дивергенция тензора вязких напряжений  $\nabla \cdot \bar{\mathbf{\tau}}$  аппроксимируется с помощью центральной разностной схемы;
- поток диссипации турбулентной кинетической энергии  $\nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}}\varepsilon)$  используется противопоточная схема;
- поток турбулентной кинетической энергии  $\nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}}k)$  аппроксимируется противопоточной схемой;
- оператор градиента  $\nabla$  аппроксимируется центрально-разностной схемой;
- оператор Лапласа  $\nabla^2$  аппроксимируется центрально-разностной схемой с явной неортогональной коррекцией;
- другие, не перечисленные выше члены описываются с помощью центрально-разностной схемы.

Для решения системы уравнений используется алгоритм PIMPLE, являющийся комбинацией алгоритмов PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operator) и SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations).

#### 5. Объекты исследования Верификационный эксперимент

Для верификации используемого программного обеспечения было решено произвести моделирование эксперимента среднего масштаба, с длиной потока порядка десятка метров. Были изучены данные трёх экспериментальных установок: установка в Давосе, Швейцария (построена в 1950 году) [31], [32], лабораторная установка Исландского университета [33], [34], установка Национального исследовательского института наук о Земле и предотвращения стихийных бедствий (NIED), Нагаока, Япония [18], [19].

Установка в Давосе в длину составляет 34 метра и 2.5 метра в ширину, для изучения динамики потоков на данной установке использовался искусственный и натуральный снег. Установка Исландского университета составляет порядка 12 метров в длину и 1 метр в ширину. На данной установке моделировался водоснежный поток с характерной плотностью потока от 800 до 1000 кг/м<sup>3</sup>, таким образом, в эксперименте в лотке спускали воду. Экспериментальная установка Национального исследовательского института наук о Земле и предотвращения стихийных бедствий (NIED) в Японии составляет 7 метров в длину и 70 сантиметров в ширину. В качестве материала потока на данной установке используются различной плотности смеси искусственного снега и воды, а также растительное масло.

Все вышеперечисленные установки позволяют исследовать взаимодействие потока с различными препятствиями (валы, дамбы, надолбы и другие). В настоящей работе моделируется эксперимент поставленный в Университете Исландии, схема эксперимента представлена на рис. 1. В эксперименте проводилось исследование эффективности различных комбинаций и форм заградительных сооружений, например, один или два ряда надолбов и заградительная дамба разного угла наклона, или одна или две небольших прямоугольных заградительных дамбы и большая насыпь. По результатам эксперимента было выявлено, что наиболее эффективной является комбинация из двух небольших

заградительных дамб и одной основной большой заградительной дамбы, установленной вертикально.

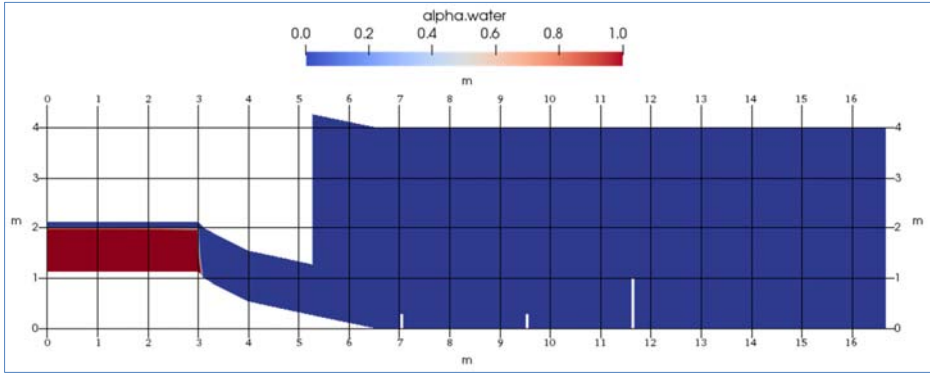


Рис. 1. Схема эксперимента: на расстоянии 7 м и 9.5 м расположены две маленькие дамбы, на расстоянии 11.6 м расположена большая дамба, красным цветом показано расположение материала потока в начальный момент времени, синим обозначен воздух

Fig. 1. Scheme of the experiment: two small dams are located at a distance of 7 m and 9.5 m, a large dam is located at a distance of 11.6 m, the location of the flow material at the initial moment of time is shown in red, air is indicated in blue

В настоящей статье рассчитывается взаимодействие потока с данной комбинацией заградительных сооружений, а также спуск потока при отсутствии заградительных сооружений. Две маленькие дамбы высотой 0.3 м расположены на расстоянии 7 м и 9.5 м от начала установки, основная заградительная дамба высотой 1 м, установленная вертикально, расположена на расстоянии 11.6 м от начала экспериментальной установки. По склону спускается 2.7 м<sup>3</sup> воды, измеряется высота всплесков на каждом из препятствий, длительность взаимодействия потока с основной дамбой (от момента встречи потока с дамбой, до установления равновесия жидкости в лотке экспериментальной установки), объём потока перелившийся через основную заградительную дамбу.

Для верификации решений на эксперименте сравним значения скорости и глубины потока, полученные из вычислительного эксперимента, с результатами натурного на расстоянии 11.1 метра от начала экспериментальной установки при отсутствии заградительных дамб.

На рис. 2 можно видеть, что расчёт с помощью трёхмерного моделирования с использованием решателя interFoam значительно лучше воспроизводит эксперимент в то время, как расчёт с использованием уравнений мелкой воды показывает значительное опережение реального фронта вычисленным, глубина потока занижена по сравнению с экспериментом, а скорость завышена (кроме скорости фронтальной части потока).

При расчёте взаимодействия потока с двумя маленькими дамбами и одной большой, процесс делится на три фазы: фаза начального всплеска на основной дамбе (большой), квазистационарная фаза, когда происходит переливание потока через основную дамбу, после окончания этой фазы наступает третья фаза – до момента установления равновесия жидкости в экспериментальной установке. Расчет проводится по трехмерной модели, для этих трёх фаз сравниваются параметры потока, приведенные в табл. 1.

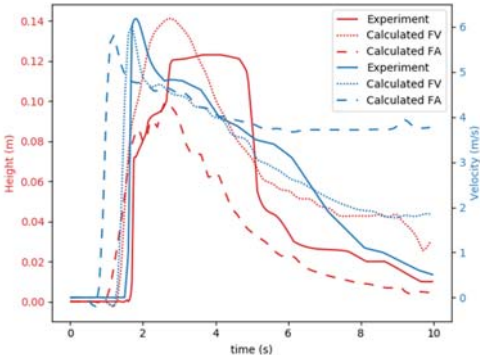


Рис. 2. Графики скорости (синий) и глубины потока (красный), замеренные на расстоянии 11.1 метра от начала установки для натурного эксперимента (Experiment), вычисленные с помощью решателя faSavageHutterFoam (Calculated FA) и вычисленные с помощью решателя interFoam (Calculated FV)

Fig. 2. Flow velocity (blue) and flow depth (red) plots measured at a distance of 11.1 meters from the start of the setup for an experiment (Experiment), calculated data using the faSavageHutterFoam solver (Calculated FA) and calculated data using the interFoam solver (Calculated FV)

Табл. 1. Сравнение измеренных и рассчитанных параметров потока

Table 1. Comparison of measured and calculated flow parameters

| Параметр сравнения                                                                                  | Экспериментальные данные | Вычисленные данные   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|----------------------|
| Высота первого всплеска на основной дамбе                                                           | 1.3 м                    | 1.45 м               |
| Высота потока, переливающегося через дамбу                                                          | 0.5 м                    | 0.05 м               |
| Средняя высота потока перед основной дамбой в третьей фазе                                          | 0.4 м                    | 0.45 м               |
| Время с начала взаимодействия потока с основной дамбой, до окончания переливания потока через дамбу | 1.25 с                   | 0.9 с                |
| Объём перелившейся через основную дамбу                                                             | 2.684 м <sup>3</sup>     | 2.133 м <sup>3</sup> |

По вышеперечисленным результатам можно сделать следующие выводы: расчёт высоты первоначального всплеска отличается от экспериментального на 10%, в параметрах высоты потока, переливающегося через дамбу и времени взаимодействия потока с дамбой расчёт переоценивает эффективность работы дамбы, таким образом вычисленный объём потока, перепрыгнувшего через дамбу, не совпадает с измеренным. Высота потока при распространении возмущений вверх от основной дамбы даёт хорошее совпадение с экспериментом.

5.2 Натурный склон

В качестве расчётной области взят участок склона горы Юкспор (Хибины), включающий 22 лавинный очаг (цифровая модель рельефа предоставлена научно-исследовательской лабораторией снежных лавин и селей). Для модели с использованием уравнений мелкой воды расчётная сетка плоская, задаётся с использованием цифровой модели рельефа склона. Для модели с использованием многофазного подхода – это трёхмерная область, верхняя и нижняя границы которой коллинеарны склону, по толщине сетка содержит много слоёв. На рис. 3 показана цифровая модель рельефа 22 лавинного очага (правое русло), голубым цветом отмечена зона зарождения лавины, зелёным – зона лавинных отложений, конусы 1, 2, 3 показывают точки замера высоты и скорости потока в численном эксперименте.



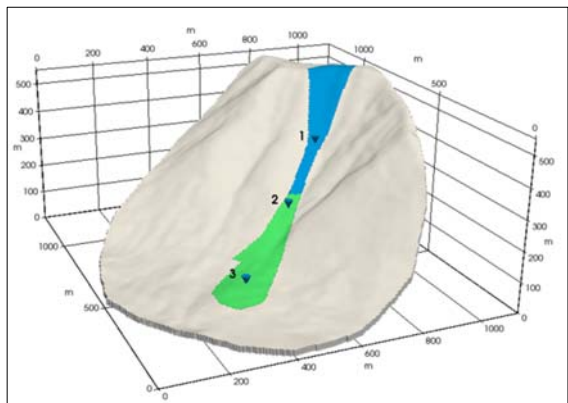


Рис. 3. Цифровая модель рельефа 22 лавинного очага с точками замера глубины и скорости потока и зонами зарождения лавины (голубой) и лавинных отложений (зелёный)

Fig. 3. Digital elevation model of 22 avalanche area with measurement points for flow depth and flow velocity and zones of avalanche start area (blue) and avalanche deposits (green)

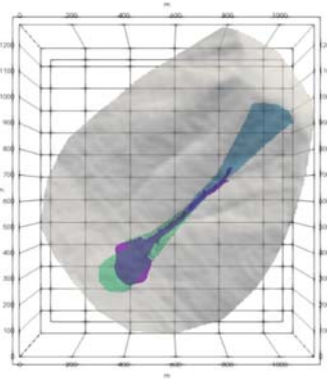


Рис. 4. Расчёт методом конечных площадок с использованием уравнений, осреднённых по глубине. Фиолетовым цветом отмечена расчётная зона лавинных отложений

Fig. 4. Finite area method calculation using depth-averaged equations. The calculated zone of avalanche deposits is marked in purple

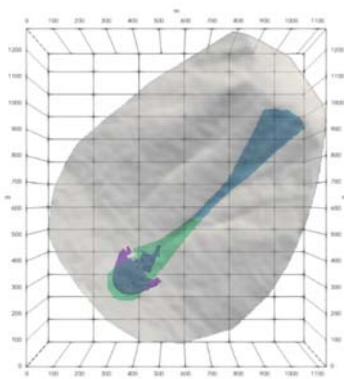


Рис. 5. Расчёт методом конечных объёмов с использованием многофазной модели потока. Фиолетовым цветом отмечена расчётная зона лавинных отложений

Fig. 5. Finite volume method calculation using a multiphase flow model. The calculated zone of avalanche deposits is marked in purple

**6. Начальные и граничные условия** В начальный момент времени задан неподвижный слой снега толщиной 2 метра в зоне зарождения, остальная часть расчётной области заполнена воздухом, который тоже неподвижен.

На верхней и боковых границах расчётной области задано условие нулевого градиента. На нижней границе расчётной области, являющейся твёрдой поверхностью склона, задано условие прилипания.

## 7. Результаты

При сравнении дальности выброса и формы лавинных отложений для двух подходов, описанных в данной работе, были получены следующие результаты.

На рис. 4 и 5 видно достаточно хорошее совпадение формы лавинных отложений с натурными данными. При расчёте с использованием многофазного подхода дальность выброса лавины хорошо совпадает с натурными данными, форма лавинных отложений при расчёте с помощью уравнений мелкой воды больше повторяет контуры реальных лавинных отложений.

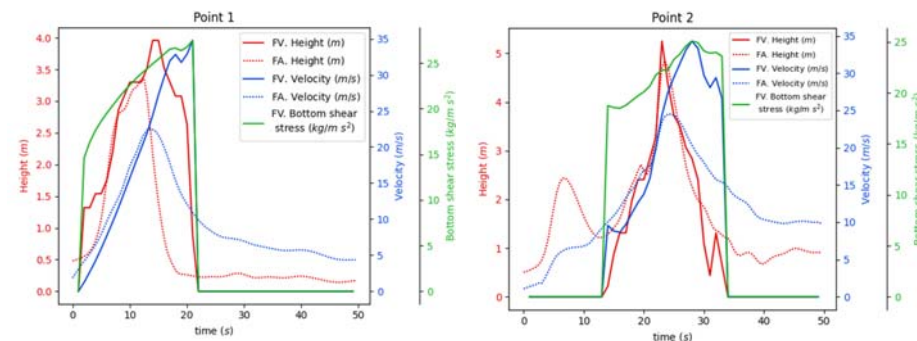


Рис. 6. Изменение глубины, средней скорости потока, напряжения на дне со временем в точке 1

Fig. 6. Dynamic of flow depth, average flow rate, bottom stress at point 1

Рис. 7. Изменение глубины, средней скорости потока, напряжения на дне со временем в точке 2

Fig. 7. Dynamic of flow depth, average flow rate, bottom stress at point 2

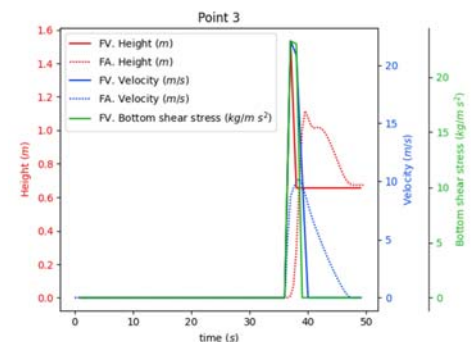


Рис. 8. Изменение глубины, средней скорости потока, напряжения на дне со временем в точке 3

Fig. 8. Dynamic of flow depth, average flow rate, bottom stress at point 3

В результате расчётов были получены графики глубины потока, скорости потока, а также значения напряжения на дне показанные на рис. 6-8. Скорость потока в расчёте с помощью многофазного подхода (FV) принимается равной нулю при значении, меньшем, чем  $10^{-6}$  м/с. Последние данные особенно важны для разработки модели захвата подстилающего материала потоком, так как основным критерием разрушения подстилающего материала является превышение напряжения на дне некоторого порогового значения. Исследования различных механизмов разрушения потоком подстилающей поверхности и уноса материала представлены в работах Эглит и Якубенко [35], [36], Эглит и Демидова [37], Исслера

(Dieter Issler) и соавторов [38], [39], Бейтс (Belinda M. Bates), Андени (Nicolas Andreini) и Ансея (Christophe Ancey) [40], Фишера (Jan-Thomas Fischer) и соавторов [26] и других.

Для уточнения модели, описывающей трение на дне, в подходе с использованием уравнений типа мелкой воды можно сделать следующие выводы по результатам проведённых исследований (исходя из данных трёхмерного моделирования). Касательное напряжение на дне растёт вместе с ростом скорости и глубины потока до некоторого порогового значения – данный рост можно наблюдать в точке 1 на рис. 6. Ближе к 17 секунде движения потока при увеличении глубины и скорости потока рост сдвигового напряжения на дне замедляется. Далее в точке 2, находящейся в зоне транзита (рис. 7), сдвиговое напряжение ниже, чем в точке 1, несмотря на то, что глубина и скорость потока в точке 2 выше, чем в точке 1. Такая зависимость сдвигового напряжения от скорости и глубины потока говорит о присутствии порогового значения для величины трения, описанного Григоряном в работе [41]. То есть при малой толщине потока напряжение сдвига на дне растёт с ростом мощности (толщины) потока, достигая некоторой предельной величины, определяемой эффективной сдвиговой прочностью. С дальнейшим ростом мощности (толщины) потока напряжение сдвига на дне остаётся на этом постоянном уровне, тогда как движущая сила пропорциональная глубине потока, растёт с увеличением толщины потока.

## 8. Разработка прототипа модуля для расчёта захвата донного материала и отложения материала потока на склоне для трёхмерной многофазной модели

Для учёта явления захвата донного материала и отложения материала потока на склоне, удобно ввести дополнительную фазу: неподвижный материал склона, который может быть вовлечён в движение. Данная фаза обладает свойствами, отличными от свойств движущегося материала потока и воздуха. Также необходимо задать условие фазового перехода материала склона в материал потока при захвате, и обратного фазового перехода при отложении. Условием возникновения фазового перехода при разрушении подстилающего материала является превышение сдвиговыми напряжениями разрушающего порогового значения при условии, что скорости деформаций в данной точке подстилающего материала отличны от нуля. Обратный переход отложения материала потока в материал склона происходит при условии уменьшения сдвиговых напряжений до порогового значения отложения. Последнее условие применяется на границе материала склона и материала потока, где скорости деформации среды максимальные по глубине потока.

Введённая новая фаза подстилающего материала неподвижна до момента разрушения слоя потоком. В случае использования многофазной односкоростной модели, аналогичной математической модели, представленной в разделе 4.2, линейный размер ячейки должен быть меньше предполагаемой глубины разрушения подстилающего материала за шаг по времени. В расчётах, проведённых для натурального склона, шаг по времени составлял в среднем  $10^{-2}$  секунды. Исходя из оценки скорости захвата проведённой Эглит и Якубенко [35] линейный размер ячейки должен быть не более  $10^{-3}$ . Такое разрешение сетки невозможно удовлетворить в силу недостаточности вычислительных ресурсов. Таким образом, необходимо вводить многоскоростную многофазную модель.

Для получившейся трёхфазной модели верны следующие законы переноса объёмной доли фаз (a (air) – воздух, f (flow) – материал движущегося потока, s (slope) – материал склона или материал подстилающей поверхности):

$$\begin{aligned}\frac{\partial \alpha_a}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}_a \alpha_a) &= q_{f \rightarrow a} - q_{a \rightarrow f} + q_{s \rightarrow a} - q_{a \rightarrow s}, \\ \frac{\partial \alpha_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}_f \alpha_f) &= q_{a \rightarrow f} - q_{f \rightarrow a} + q_{s \rightarrow f} - q_{f \rightarrow s}, \\ \frac{\partial \alpha_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}_s \alpha_s) &= q_{a \rightarrow s} - q_{s \rightarrow a} + q_{f \rightarrow s} - q_{s \rightarrow f}.\end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{u}_k$  – скорость  $k$ -ой фазы;  $\alpha_k$  – объёмная доля  $k$ -ой фазы;  $q_{k \rightarrow n}$  – фазовый переход из фазы  $k$  в фазу  $n$ .

Для каждой из трёх фаз рассчитывается закон сохранения количества движения:

$$\begin{aligned}\frac{\partial (\alpha_a \rho_a \mathbf{u}_a)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_a \rho_a \mathbf{u}_a \mathbf{u}_a) &= -\alpha_a \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_a + \rho \mathbf{f}_a + \mathbf{M}_{d,a}, \\ \frac{\partial (\alpha_f \rho_f \mathbf{u}_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \mathbf{u}_f \mathbf{u}_f) &= -\alpha_f \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_f + \rho \mathbf{f}_f + \mathbf{M}_{d,f}, \\ \frac{\partial (\alpha_s \rho_s \mathbf{u}_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \mathbf{u}_s \mathbf{u}_s) &= -\alpha_s \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_s + \rho \mathbf{f}_s + \mathbf{M}_{d,s}.\end{aligned}$$

Здесь  $\boldsymbol{\tau}_k$  – тензор напряжений  $k$ -ой фазы;  $\rho_k$  – плотность  $k$ -ой фазы;  $p$  – давление смеси;  $\mathbf{f}_k$  – плотность массовых сил для  $k$ -ой фазы;  $\mathbf{M}_{d,k}$  – обмен импульсом между фазами за счёт трения.

Предлагается использовать следующие замыкающие соотношения для трёх фаз (воздух, движущийся материал потока, покоящийся материал склона), представленные в таблице 2

Табл. 2. Реологические свойства и фазовые переходы для трёхфазного потока

Table 2. Rheological properties and phase transitions for three-phase flow

| alpha.air                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | alpha.flow                                                                                                                                             | alpha.slope                                                                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ньютоновская среда                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Среда Хершеля–Балкли                                                                                                                                   | Покоящаяся среда                                                                                                                                       |
| $\boldsymbol{\tau}_a = 2\mu_a \mathbf{s}_a$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $\boldsymbol{\tau}_f = \tau_{f0} + K_f(I_2(\mathbf{s}_f))\mathbf{s}_f$ , $K_f = 2\mu_{f0} I_2(\mathbf{s}_f)^{n-1}$ , $0.3 < n_f < 0.8$                 | $\boldsymbol{\tau}_s = \tau_{s0} + 2\mu_s \mathbf{s}_s$ , $\tau_{s0}$ – большое число, $\mu_s \rightarrow \inf$                                        |
| $q_{f \rightarrow a} = q_{a \rightarrow f} = q_{s \rightarrow a} = q_{a \rightarrow s} = 0$ ,<br>$q_{s \rightarrow f} = \lambda_{s \rightarrow f} \alpha_s$ , если $I_2(\boldsymbol{\tau}_s) > \tau_{sr}$ , и $\alpha_s > \alpha_{s0}$ ,<br>$q_{f \rightarrow s} = \lambda_{f \rightarrow s} \alpha_f$ , если $I_2(\mathbf{s}_f)/ \mathbf{u}_f  > c_{fs}$ , и $I_2(\boldsymbol{\tau}_f) < \tau_{fr}$                                                                                                                                                |                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                        |
| $\mathbf{M}_{d,a} = \mathbf{M}_{d,f \rightarrow a} - \mathbf{M}_{d,a \rightarrow f} + \mathbf{M}_{d,s \rightarrow a} - \mathbf{M}_{d,a \rightarrow s}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | $\mathbf{M}_{d,f} = \mathbf{M}_{d,f \rightarrow a} - \mathbf{M}_{d,a \rightarrow f} + \mathbf{M}_{d,s \rightarrow f} - \mathbf{M}_{d,f \rightarrow s}$ | $\mathbf{M}_{d,s} = \mathbf{M}_{d,f \rightarrow s} - \mathbf{M}_{d,s \rightarrow f} + \mathbf{M}_{d,s \rightarrow a} - \mathbf{M}_{d,a \rightarrow s}$ |
| $\mathbf{M}_{d,f \rightarrow a} = C_{d,f \rightarrow a}(\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_a)$ , $\mathbf{M}_{d,a \rightarrow f} = C_{d,a \rightarrow f}(\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_f)$ ,<br>$\mathbf{M}_{d,s \rightarrow a} = C_{d,s \rightarrow a}(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_a)$ , $\mathbf{M}_{d,a \rightarrow s} = C_{d,a \rightarrow s}(\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_s)$ ,<br>$\mathbf{M}_{d,s \rightarrow f} = C_{d,s \rightarrow f}(\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_f)$ , $\mathbf{M}_{d,f \rightarrow s} = C_{d,f \rightarrow s}(\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_s)$ |                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                        |

Здесь  $\lambda_{s \rightarrow f}$  – скорость захвата материала подстилающей поверхности,  $\lambda_{f \rightarrow s}$  – скорость отложения материала потока;  $C_{d,k \rightarrow n}$  – скорость передачи импульса фазой  $k$  фазе  $n$  за счёт сил трения.

Для реализации предложенной модели в пакете OpenFOAM, предполагается создать новый решатель multiphaseEulerChangeFoam на базе multiphaseEulerFoam [42], с добавлением фазового перехода [43]. Так же предполагается создание новых моделей фазовых переходов. Код решателя multiphaseEulerFoam располагается в директории \$FOAM\_INSTALL\_DIR/applications/solvers/multiphase/multiphaseEulerFoam. Файл multiphaseEulerFoam.C является основным файлом, содержащим в себе вызовы подключаемых модулей, как например модели фаз (phaseModel.H описывает свойства среды, такие как плотность, вязкость, поверхностное натяжение и другие, описанные в файле

transportProperites), файл multiphaseSystem.H уписывает процедуру решения уравнений транспорта объёмных долей фаз, файл dragModel.H содержит в себе различные модели межфазного трения, файл turbulentTransportModel.H описывает модели турбулентности.

Выше были перечислены основные подключаемые модули. Уравнения многофазной модели (уравнения переноса объёмной доли фазы, законы сохранения количества движения для каждой из фаз, уравнения турбулентной модели) решаются раздельно с помощью алгоритма PIMPLE:

- решаются уравнения турбулентной модели и корректируется поле скорости,
- решаются уравнения переноса фаз,
- рассчитывается плотность смеси,
- рассчитывается закон сохранения количества движения для каждой из фаз,
- корректируется давление.

Для реализации межфазных переходов необходимо создать класс межфазных переходов в файле phaseChangeModel.H, содержащий, все необходимые модели фазовых переходов.

Далее необходимо реализовать таблицу межфазных переходов, соотносящую пару фаз с межфазным переходом, используемым для данной пары.

Далее источниковый член добавляется в алгоритм решения уравнения транспорта объёмной доли, описанный в файле multiphaseSystem.C, в соответствии с таблицей межфазных переходов.

9. Выводы

В настоящей работе проводится моделирование эксперимента со спуском потока в лотке при наличии комплекса заградительных сооружений. Сравниваются результаты двух подходов: с использованием уравнений мелкой воды и трёхмерного многофазного подхода. Данные вычисления позволяют оценить область применимости каждой из вышеперечисленных моделей. Решение, полученное с помощью решателя interFoam, позволяет рассчитать такие параметры, как скорость потока, плотность, глубина, вязкость, сдвиговое напряжение на дне, все эти параметры важны для расчёта эффективных заградительных сооружений и позволяют заменить более дорогостоящие и трудоёмкие натурные эксперименты численными. Также трёхмерный расчёт даёт возможность точного моделирования разрушения и уноса подстилающего материала, так как известны все параметры потока на дне.

Вместе с этим, расчёт крупномасштабного склонового потока требует очень больших вычислительных ресурсов. В данной ситуации эффективно комбинировать трёхмерный многофазный подход с подходом, использующим уравнения мелкой воды, который является вычислительно менее затратным. Однако такие члены, как трение на дне и захват материала потоком, являющиеся наиболее важными для точного моделирования таких явлений, как снежные лавины или грязекаменные сели, требуют уточнения в подходе с использованием уравнений мелкой воды. Уточнения таких моделей можно получить из анализа трёхмерных расчётов, полученных в данной работе.

10. Дополнение

В работе использовались значения коэффициентов, указанные в табл. 3.

Табл. 3. Значения коэффициентов

Table 3. Coefficient values

|                                              |                                               |
|----------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Модель с использованием многофазного подхода | Модель с использованием уравнений мелкой воды |
| $\rho_{snow} = 200 \text{ кг/м}^3$ ,         | $\rho = 200 \text{ кг/м}^3$ ,                 |

|                                                         |                               |
|---------------------------------------------------------|-------------------------------|
| $\rho_{air} = 1 \text{ кг/м}^3$ ,                       | $\mu = 0.577$ ,               |
| $\nu_{air} = 1.48 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ , | $\xi = 10^4 \text{ м/с}^2$ ,  |
| $\nu_{ref} = 10^7 \text{ м}^2/\text{с}$ ,               | $u_0 = 10^{-3} \text{ м/с}$ . |
| $\tau_{ref} = 10 \text{ кг /м с}^2$ ,                   |                               |
| $K = 6 \text{ м}^2/\text{с}$ ,                          |                               |
| $n = 0.4$ ,                                             |                               |
| $C_{\mu} = 0.09$ ,                                      |                               |
| $C_{\varepsilon 1} = 1.44$ ,                            |                               |
| $C_{\varepsilon 2} = 1.92$ ,                            |                               |
| $\sigma_k = 1.0$ ,                                      |                               |
| $\sigma_{\varepsilon} = 1.3$ .                          |                               |

Список литературы / References

[1] М.Д. Докукин, С.С. Черноморец, Е.А. Савернюк, Э.В. Запороженко, Р.А. Бобов, У.Р. Пирмамадов. Барсемская селевая катастрофа на Памире в 2015 году и ее аналоги на Центральном Кавказе. *Геориск*, том 13, no. 1, 2019 г., стр. 26-36, 2019 / M.D. Dokukin, S.S. Chernomorets, E.A. Savernyuk, E.V. Zaporozhchenko, R.A. Bobov, U.R. Pirmamadov. Barsem debris flow disaster in the Pamirs in 2015 and its analogues in the Central Caucasus, *Georisk*, vol. 13, no. 1, 2019, pp. 26-36 (in Russian).

[2] С.С. Черноморец, Д.А. Петраков и др. Прорыв озера Башкара (Центральный Кавказ, Россия) 1 сентября 2017 года. *Криосфера Земли*, том. 22, no. 2, 2018 г., стр. 70-80 / S.S. Chernomorets, D.A. Petrakov et al. The outburst of Bashkara glacier lake (Central Caucasus, Russia) on September 1, 2017. *Kriosfera Zemli*, vol. 22, no. 2, 2018, pp. 70-80 (in Russian).

[3] M. Eglit. Some mathematical models of snow avalanches. In *Advances in the Mechanics and the Flow of Granular Materials*, vol. 2, Trans Tech Pubn, 1983, pp. 557-588.

[4] M. Eglit, A. Yakubenko, and J. Zayko. A review of russian snow avalanche models—from analytical solutions to novel 3D models. *Geosciences*, vol. 10, no. 2, 2020, article no. 77.

[5] O. Hungr. A model for the runout analysis of rapid flow slides, debris flows, and avalanches. *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 32, no. 4, 1995, pp. 610–623.

[6] P. Sampl and M. Granig. Avalanche simulation with SAMOS-AT. In *Proc. of the International Snow Science Workshop*, 2009, pp. 519-523.

[7] P. Sampl and T. Zwinger. Avalanche simulation with SAMOS. *Annals of Glaciology*, vol. 38, 2004, pp. 393-398.

[8] V. Medina, M. Hurlimann, and A. Bateman. Application of flatmodel, a 2D finite volume code, to debris flows in the northeastern part of the Iberian Peninsula. *Landslides*, vol. 5, 2007, pp. 127-142.

[9] M. Christen, J. Kowalski, and P. Bartelt. RAMMS: Numerical simulation of dense snow avalanches in three-dimensional terrain. *Cold Regions Science and Technology*, vol. 63, no. 1, 2010, pp. 1-14.

[10] E.B. Pitman, C.C. Nichita, A. Patra, A. Bauer, M. Sheridan, and M. Bursik. Computing granular avalanches and landslides. *Physics of Fluids*, vol. 15, no. 12, 2003, pp. 3638-3646.

[11] A.K. Patra, A.C. Bauer et al. Parallel adaptive numerical simulation of dry avalanches over natural terrain. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, vol. 139, no. 1, 2005, pp. 1-21.

[12] M. Mergili, K. Schratz, A. Ostermann, and W. Fellin. Physically-based modelling of granular flows with Open Source GIS. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, vol. 12, no. 1, 2012, pp. 187-200.

[13] M. Mergili, J.-T. Fischer, J. Krenn, and S. P. Pudasaini. Ravaflow v1, an advanced open-source computational framework for the propagation and interaction of two-phase mass flows. *Geoscientific Model Development*, vol. 10, no. 2, 2017, pp. 553-569.

[14] S. Hergarten and J. Roßl. Modelling rapid mass movements using the shallow water equations in cartesian coordinates. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, vol. 15, no. 3, 2015, pp. 671-685.

[15] M. Rauter and Z. Tukovic. A finite area scheme for shallow granular flows on three-dimensional surfaces. *Computers & Fluids*, vol. 166, 2018, pp. 184-199.



- [16] M. Rauter, A. Kofler, A. Huber, and W. Fellin. FaSavageHutterFOAM 1.0: Depth-integrated simulation of dense snow avalanches on natural terrain with openfoam. *Geoscientific Model Development*, vol. 11, no. 7, 2018, pp. 2923-2939.
- [17] H. Orn Petursson, K. M. Hakonarottir, and A. Thoroddsen. Use of OpenFOAM and RAMMS Avalanche to simulate the interaction of avalanches and slush flows with dams. In *Proc. of the International Symposium on Mitigative Measures against Snow Avalanches and Other Rapid Gravity Mass Flows*, 2019, pp. 1-12.
- [18] Y. Yamaguchi, S. Takase, S. Moriguchi, K. Terada, K. Oda, and I. Kamiishi. Three-dimensional nonstructural finite element analysis of snow avalanche using non-newtonian fluid model. *Transactions of the Japan Society for Computational Engineering and Science*, vol. 2017, paper no. 20170011 (in Japanese).
- [19] K. Oda, S. Moriguchi, I. Kamiishi, A. Yashima, K. Sawada, and A. Sato. Simulation of a snow avalanche model test using computational fluid dynamics. *Annals of Glaciology*, vol. 52, no. 58, 2011, pp. 57-64.
- [20] Романова Д.И. Трёхмерное моделирование потоков жидкости Хершеля-Балкли на склоне в OpenFOAM. Труды ИСП РАН, том 29, вып. 1, 2017 г., стр. 85-100 / Romanova D.I. 3D flow modeling of Herschel-Bulkley fluid on the slope in OpenFOAM. *Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS*, vol. 29, issue 1, 2017, pp. 85-100 (in Russian). DOI: 10.15514/ISPRAS-2017-29(1)-6.
- [21] С.С. Григорян, М.Э. Эглит, Ю.Л. Якимов. Новая математическая постановка задачи о движении лавины и решение этой задачи. Труды Высокоточного геофизического института, no 12, 1967 г., стр. 104-113 / S.S. Grigorian, M.E. Eglit, and Y.L. Yakimov. A new formulation and solution of the problem of snow avalanche motion. *Trudy Vycokogornogo Geofizicheskogo Instituta*, no. 12, 1967, pp. 104-113 (in Russian).
- [22] S.B. Savage and K. Hutter. The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 199, 1989, pp. 177-215.
- [23] S.B. Savage and K. Hutter. The dynamics of avalanches of granular materials from initiation to runout. Part I: Analysis. *Acta Mechanica*, vol. 86, no. 1, 1991, pp. 201-223.
- [24] R. Greve, T. Koch, and K. Hutter. Unconfined flow of granular avalanches along a partly curved surface. I. Theory. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*, vol. 445, no. 1924, 1994, pp. 399-413.
- [25] A. Voellmy and A. Roch. Über die zerstörungskraft von lawinen. *Schweizerische Bauzeitung*, 73, 1955 (in German).
- [26] J.-T. Fischer, A. Kofler, W. Fellin, M. Granig, and K. Kleemayr. Multivariate parameter optimization for computational snow avalanche simulation. *Journal of Glaciology*, vol. 61, no. 229, 2015, pp. 875-888.
- [27] S.H.E. Tahry. K-epsilon equation for compressible reciprocating engine flows. *Journal of Energy*, vol. 7, no. 4, 1983, pp. 345-353.
- [28] B. Launder and D. Spalding. The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 3, no. 2, 1974, pp. 456-460.
- [29] C. Hirt and B. Nichols. Volume of fluid (vof) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, vol. 39, no. 1, 1981, pp. 201-225.
- [30] J. Ferziger and M. Peric. *Computational methods for fluid dynamics*, 3rd edition. Springer, 2002, 426 p.
- [31] K. Hakonarottir, A. Hogg, T. Johannesson, M. Kern, and F. Tiefenbacher. Large-scale avalanche braking mound and catching dam experiments with snow: A study of the airborne jet. *Surveys in Geophysics*, vol. 24, no. 5-6, 2003, pp. 543-554.
- [32] C. Jaedicke, M. Kern, P. Gauer, M.-A. Baillifard, and K. Platzer. Chute experiments on slushflow dynamics. In *Proc. of the 2006 International Snow Science Workshop*, 2006, pp. 139-147.
- [33] K.H. Agustsdottir. The design of slushflow barriers: Laboratory experiments. PhD thesis, Faculty of Industrial Engineering, Mechanical Engineering, and Computer Science, University of Iceland, 2019, 58 p.
- [34] R.A. Jones. The design of slushflow barriers: CFD simulations. PhD thesis, Faculty of Industrial Engineering, Mechanical Engineering, and Computer Science, University of Iceland, 2019, 52 p.
- [35] M. Eglit and A. Yakubenko. Numerical modeling of slope flows entraining bottom material. *Cold Regions Science and Technology*, vol. 108, 2014, pp. 139-148.
- [36] М.Э. Эглит, А.Е. Якубенко. Влияние захвата донного материала и неньютоновской реологии на динамику турбулентных склоновых потоков. *Известия Российской академии наук. Механика*

- жидкости и газа, no. 3, 2016 г., pp. 3-15 / M.E. Eglit, A.E. Yakubenko, Effect of the bottom material capture and the non-newtonian rheology on the dynamics of turbulent downslope flows. *Fluid Dynamics*, vol. 51, no. 3, 2016, pp. 299-310.
- [37] M. Eglit and K. Demidov. Mathematical modeling of snow entrainment in avalanche motion. *Cold Regions Science and Technology*, vol. 43, no. 1, 2005, pp. 10-23.
- [38] D. Issler. Dynamically consistent entrainment laws for depth-averaged avalanche models. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 759, 2014, pp. 701-738.
- [39] D. Issler and M. Pastor Pérez. Interplay of entrainment and rheology in snow avalanches: A numerical study. *Annals of Glaciology*, vol. 52, no. 58, 2011, pp. 143-147.
- [40] B. Bates, N. Andreini, and C. Ancey. Basal entrainment by newtonian gravity-driven flows. *Physics of Fluids*, vol. 28, no. 5, 2016, article no. 053101.
- [41] С.С. Григорян. Новый закон трения и механизм крупномасштабных горных обвалов и оползней. Доклады Академии наук СССР, том 244, no. 4, 1979 г., pp. 846-846 / S.S. Grigoryan. A new friction law and mechanism of large-scale rock falls and mountain creeps. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, vol. 244, no. 4, 1979, pp. 846-849 (in Russian).
- [42] K. Wardle and H. Weller. Hybrid multiphase CFD solver for coupled dispersed/segregated flows in liquid-liquid extraction. *International Journal of Chemical Engineering*, vol. 2013, 2013, article ID 128936, 13p.
- [43] V.K. Oruganti. Implementation of cavitation models into the multiphaseEulerFoam solver. In *Proc. of CFD with OpenSource Software*, 2017, 50 p.

## Информация об авторе / Information about the author

Дарья Игоревна РОМАНОВА получила степень магистра на кафедре гидромеханики механико-математического факультета МГУ в 2017 году, в настоящее время является младшим научным сотрудником лаборатории вычислительных методов механико-математического факультета МГУ и стажёром-исследователем ИСП РАН. Она является разработчиком программного обеспечения с открытым исходным кодом для численного моделирования задач механики сплошных сред, включая турбулентные течения, течения со свободной поверхностью, многофазные течения с фазовым переходом и включениями твердых частиц.

Daria Igorevna ROMANOVA received her master's degree at the Department of Hydromechanics, Faculty of Mechanics and Mathematics, Moscow State University in 2017, and is currently a junior researcher at the Laboratory of Computational Methods at the Faculty of Mechanics and Mathematics of Moscow State University and an intern-researcher at ISP RAS. She is an open source software developer for the numerical modeling of continuum mechanics problems, including turbulent flows, free surface flows, multiphase flows with a phase transition, and solid inclusions.