

DOI: 10.15514/ISPRAS-2020-32(6)-15



Моделирование аккумуляции кинетической энергии внутренних волн в областях с большим отношением горизонтального и вертикального масштабов

¹ С.А. Елистратов, ORCID: 0000-0002-7006-6879 <sa.elistratov@yandex.ru>
^{1,2} К.А. Ватутин, ORCID: 0000-0002-4090-6320 <vatutin.k@mail.ru>
^{1,2,3} И.Н. Сибгатуллин, ORCID: 0000-0003-2265-3259 <sibgat@ocean.ru>
⁴ Е.В. Ерманюк, ORCID: 0000-0002-9989-8222 <ermanyuk@gmail.com>
¹ Е.А. Михайлов, ORCID: 0000-0002-9747-4039 <ea.mikhajlov@physics.msu.ru>

¹ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 119991, Россия, Москва, Ленинские горы, д. 1.

² Институт системного программирования им. В.П. Иванникова РАН, 109004, Россия, г. Москва, ул. А. Солженицына, д. 25

³ Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 109004, Россия, г. Москва, Нахимовский проспект, д. 36

⁴ Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева, 630090, Россия, Новосибирск, пр. Лаврентьева, 15

Аннотация. Под воздействием приливных явлений в глубине океана возникают внутренние волны. Глубоководный океан является примером непрерывной плотностной стратификации в жидкости, подверженной крупномасштабным периодическим возмущениям. При наличии наклонных границ, в силу особенностей дисперсионного соотношения, в такой среде могут возникать геометрические области притяжения волновых пучков после последовательных отражений от границ. Ранее особенности поведения кинетической энергии при возникновении волновых аттракторов исследовались для двумерных областей с сопоставимыми масштабами по вертикали и горизонтали. При увеличении аспектного соотношения концентрация кинетической энергии может качественно изменяться как в ламинарном, так и в турбулентном режиме. В настоящей работе показано, что концентрация удельной кинетической энергии может на порядок возрастать при увеличении аспектного соотношения. Источником возмущений являются крупномасштабные монохроматические колебания верхней горизонтальной границы области. Проведено численное моделирование эволюции волновых движений в удлиненной по горизонтали области при различных значениях амплитуды возмущения, выявлены принципиальные особенности этого случая по сравнению со случаем области, имеющей соизмеримые значения глубины и длины. Рассмотрено несколько наиболее характерных ситуаций, изучены интегральные механические характеристики: полная диссипация, средняя кинетическая энергия и ее пульсации в ламинарных и турбулентных режимах.

Ключевые слова: внутренние волны; волновая турбулентность; волновой аттрактор; неустойчивость

Для цитирования: Елистратов С.А., Ватутин К.А., Сибгатуллин И.Н., Ерманюк Е.В., Михайлов Е.А. Моделирование аккумуляции кинетической энергии внутренних волн в областях с большим соотношением горизонтального и вертикального размеров. Труды ИСП РАН, том 32, вып. 6, 2020 г., стр. 201-212. DOI: 10.15514/ISPRAS-2020-32(6)-15

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (РНФ), грант 19-11-00169 с использованием оборудования Центра коллективного пользования

Numerical Simulation of Internal Waves and Effects of Accumulation of Kinetic Energy in Large Aspect Ratio Domains

¹ S.A. Elistratov, ORCID: 0000-0002-7006-6879 <invsbl_mn@mail.ru>
^{1,2} K.A. Vatutin, ORCID: 0000-0002-4090-6320 <vatutin.k@mail.ru>
^{1,2,3} I.N. Sibgatullin, ORCID: 0000-0003-2265-3259 <sibgat@ocean.ru>
⁴ E.V. Ermanyuk, ORCID: 0000-0002-9989-8222 <ermanyuk@gmail.com>

¹ E.A. Mikhajlov, ORCID: 0000-0002-9747-4039 <ea.mikhajlov@physics.msu.ru>

¹ Lomonosov Moscow State University,

GSP-1, Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia

² Ivannikov Institute for System Programming of the Russian Academy of Sciences, 25, Alexander Solzhenitsyn st., Moscow, 109004, Russia.

³ Shirshov Oceanology Institute of Russian Academy of Sciences, 36, Nakhimovsky prospect, Moscow, Russia.

⁴ Lavrentyev Institute of Hydrodynamics, 15, Lavrentiev prospect, Novosibirsk, 630090, Russia

Abstract. Tidal forcing excites internal waves in the bulk of the ocean. Deep ocean is an example of a system with continuous stratification subject to large-scale periodic forcing. Owing to specific dispersion relation of internal waves, the domains bounded by sloping boundaries may support wave patterns with wave rays converging to closed trajectories (geometric attractors) as result of iterative focusing reflections. Previously the behavior of kinetic energy in wave attractors has been investigated in two-dimensional domain with comparable depth and length. As the geometric aspect ratio of the domain increases, the dynamic pattern of energy focusing may significantly evolve both in laminar and turbulent regimes. The present paper shows that the energy density in domains with large aspect ratio can significantly increase. In numerical simulations the input forcing has been introduced at global scale by prescribing small-amplitude deformations of the upper bound of the liquid domain. The evolution of internal wave motion in such system has been computed numerically for different values of the forcing amplitude. The behavior of the large-aspect-ratio system has been compared to the well-studied case of the system with depth-to-length ratio of order unity. A number of most typical situations has been analysed in terms of behavior of integral mechanical quantities such as total dissipation, mean kinetic energy and energy fluctuations in laminar and turbulent cases.

Keywords: internal waves; wave turbulence; wave attractor; instability

For citation: Elistratov S.A., Vatutin K.A., Sibgatullin I.N., Ermanyuk E.V., Mikhajlov E.A. Numerical simulation of internal waves and effects of accumulation of kinetic energy in large aspect ratio domains. Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS, vol. 32, issue 6, 2020, pp. 201-212 (in Russian). DOI: 10.15514/ISPRAS-2020-32(6)-15

Acknowledgements. This work was carried out with financial support from the Russian Science Foundation (RSF), grant 19-11-00169, using the HPC computing resources at Lomonosov Moscow State University and the computing complex of the resource sharing center of the National Research Center Kurchatov Institute.

1. Введение

Значительное количество механической энергии поступает в глубоководные области Мирового океана вследствие взаимодействия поверхностного прилива с топографией дна. В результате, в толще воды возникают т.н. инерционные и внутренние волны [1], которые вносят значимый вклад в перемешивание. Возникновение инерционных волн объясняется действием силы Кориолиса, связанной с вращением Земли. Внутренние волны в глубине океана возникают вследствие различных возмущений устойчивой плотностной стратификации. Внутренние волны обладают специфическим дисперсионным соотношением, в силу которого частота волны задает угол между волновым вектором и

направлением гравитационного поля. При отражении от границ жидкого объема волны меняют свое направление, сохраняя направление с вертикалью, а не нормально к поверхности. Значительный интерес в этом контексте представляют волновые аттракторы, которые соответствуют случаям, при которых пучки внутренних волн притягиваются к замкнутой траектории. Принципиальная возможность возникновения подобных структур была впервые описана теоретически [2][3] и затем неоднократно проверена в ходе экспериментальных и численных исследований международными коллективами, в том числе из Голландии, Франции, США и России [3][8].

Простейший случай аттрактора внутренних волн в стратифицированной жидкости можно наблюдать в трапециевидальном контейнере (рис.1) при воздействии монохроматических возмущений. Подобная модельная конфигурация позволяет выделить ряд процессов, которые возникают в задачах океанологии из-за специфического закона отражения волновых пучков. В океане топография дна может быть представлена подводными хребтами, проливами, разломами, континентальными склонами либо фоновыми неровностями орографии дна океанских котловин. В рамках модельной системы возможно возникновение волновых аттракторов, схожих с таковыми в океане. Геометрическая структура аттракторов в трапециевидальной области зависит от наклона волнового пучка (зависящего от соотношения между частотой возмущения и частотой плавучести), угла наклона одной из сторон и соотношения горизонтального и вертикального масштабов. Отметим, что аттрактор может существовать в классическом ламинарном режиме в окрестности лучевого «скелета», получающегося в результате решения задачи о билиярде волновых лучей, лишь тогда, когда мощность внешнего воздействия достаточно мала. В том случае, когда мощность внешнего воздействия возрастает выше некоторого порога, течение достаточно быстро переходит к турбулентному режиму, и регулярные структуры течения размываются. Тем не менее, до сих пор остается открытым вопрос о том, для какого режима характерна наиболее высокая аккумуляция кинетической энергии волновых движений.

В работах [9][12] с помощью различных численных методов изучались волновые аттракторы для ситуации, когда длина области и ее высота являлись сопоставимыми величинами. В данных работах был получен ряд существенных с точки зрения гидродинамики выводов о механизме образования аттракторов и наличия стоящих и бегущих составляющих в волновых режимах при различных воздействиях. Представляет интерес вопрос о том, как происходит генерация волновых аттракторов в случае, когда горизонтальный масштаб аттрактора значительно превышает вертикальный. Такой случай ближе соответствует типичной геометрии Мирового океана.

В рамках настоящей работы мы исследуем результаты прямого численного моделирования, которые получены для большого соотношения между геометрическими параметрами исследуемой области. Для обработки результатов прямого численного моделирования применяются спектральные методы, связанные с оконным преобразованием Фурье и разложения по эмпирическим модам (Empirical Mode Decomposition).

2. Математическая постановка

Рассмотрим простейшую геометрическую конфигурацию в виде двумерной области, имеющей форму прямоугольной трапеции, в которой при определенном сочетании параметров могут возникать волновые аттракторы (рис. 1). Область имеет длину L , высоту H , геометрическая форма трапеции характеризуется безразмерным параметром $d = (L_1 - L_2)/L_1$, причем значения $d = 1$ и $d = -1$ отвечают предельным случаям прямоугольной и треугольной конфигураций, соответственно. Область заполнена стратифицированной жидкостью с постоянным вертикальным градиентом плотности. Плотность возрастает с глубиной, что согласуется с изменением солености в океане. Наклонная граница моделирует наклон рифа или материковый склон. Внешнее воздействие

задается в виде синусоидального возмущения верхней горизонтальной границы. Длина волны возмущения соответствует длине верхнего основания трапеции, амплитуда волны мала по сравнению с длиной.

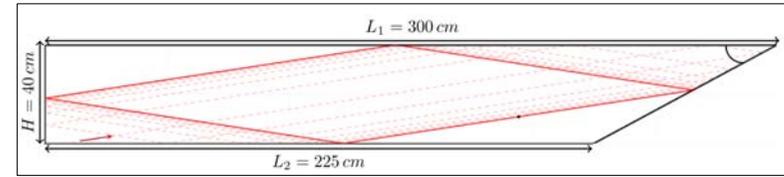


Рис. 1. Принципиальная схема сходимости пучков волн к волновому аттрактору и размеры области
Fig. 1. Scheme of convergence of internal wave beams to a wave attractor

Для решения задачи о волновых движениях в описанной области проведено прямое численное моделирование уравнений вязкой жидкости в поле силы тяжести. Уравнения сохранения импульса и диффузии соли в приближении Буссинеска [13]-[15] представляются в виде:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) \vec{v} = \frac{-1}{\rho_m} \nabla \hat{p} + \nu \Delta \vec{v} + \vec{f},$$

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho_s = \nabla \cdot \frac{\nu}{Sc} (\nabla \rho_s),$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0.$$

Здесь \vec{v} – вектор скорости с компонентами $\{v_x, v_y\}$; ν – кинематическая вязкость жидкости; ρ_m – значение плотности на верхней границе; ρ_s – добавка плотности, обусловленная наличием солености; приведенное давление \hat{p} – разница между полным давлением и гидростатическим для пресной воды (при плотности ρ_m), $\vec{f} = (\rho_s/\rho_m) \vec{g}$, $Sc = \frac{\nu}{D}$ – число Шмидта, где D – коэффициент диффузии.

Верхняя граница совершает малые гармонические колебания в воде стоячей волны (задача при этом решается в фиксированной области):

$$h = a \sin(\omega_0 t) \sin(2\pi x/L),$$

где a – его амплитуда, а ω_0 – циклическая частота. Указанное возмущение принято в качестве простейшей модели поверхностного баротропного прилива. В силу малости амплитуды колебаний внешнее воздействие можно представить в виде граничного условия на скорость:

$$v(H, y, t) = a \omega_0 \cos(2\pi x/L) \sin(\omega_0 t),$$

На всех границах (кроме верхней) выполняется условие прилипания для скорости $v_n = 0$, $v_\tau = 0$. Для солености на всех границах выполняется условие изоляции $\frac{\partial \rho}{\partial n} = 0$. Моделирование внутренних волн проводится при параметрах, позволяющих в дальнейшем провести экспериментальные исследования в лаборатории, поэтому постановка приводится в размерных переменных:

$$L = 300 \text{ мм},$$

$$H = 40 \text{ мм},$$

$$d = 0.5,$$

$$\varepsilon = \frac{H}{L},$$

$$\omega_0 = 0.0149 \text{ с}^{-1},$$

$$N = 1 \text{ с}^{-1},$$

где N – частота плавучести (частота Брента-Вейселя).

В работе под энергией системы мы будем понимать только кинетическую энергию. Наряду с упомянутыми характеристиками, мы будем пользоваться относительной частотой

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_0}{N}$$

и относительной энергией

$$\bar{E} = \frac{E}{E_w}$$

где E – полная кинетическая энергия, рассчитываемая как интеграл по площади трапеции

$$E(t) = \iint \frac{\rho_m}{2} [v_x^2(t) + v_y^2(t)] dS,$$

а для нормировки используется величина

$$E_w = \rho_m S,$$

равная кинетической энергии жидкого объема, движущегося как единое целое со скоростью $a\omega$, (здесь S – площадь трапеции). Все графики приведены для случая $\varepsilon=0.13$, если не указано иное.

3. Анализ данных прямого численного моделирования

Прямое численное моделирование задачи производилось при помощи метода спектральных элементов на неравномерных сетках на основе модификаций открытого кода nek5000 [14].

Численное исследование показывает, что в зависимости от амплитуды внешнего воздействия возможны различные сценарии развития волновых режимов. Если амплитуда воздействий достаточно мала, то происходит формирование волнового аттрактора, и энергия аккумулируется вдоль замкнутой кривой. Аттрактор типа (1,1) существует лишь в ограниченном диапазоне частот, определяемом граничными режимами, в которых аттракторы вырождаются в диагонали трапеции [17].

При увеличении амплитуды начинается переход к слаботурбулентному режиму. В отличие от геометрии с сопоставимыми длинами в вертикальном и горизонтальном направлении, вместо дочерних волн, удовлетворяющих условию триадного взаимодействия [18], появляются существенные по величине супергармоники. Дальнейший рост амплитуды внешнего воздействия способствует выводу системы в область сильной волновой турбулентности.

Далее рассмотрим несколько характерных случаев в зависимости от амплитуды внешнего воздействия, демонстрирующих формирование различных режимов движения жидкости. Следует отметить, что динамика средней энергии в системе имеет вид высокочастотных осцилляций, наложенных на некоторую среднюю кривую. Вместе с тем для полноты картины хотелось бы иметь автоматизированный алгоритм, способный выделить последнюю. Это можно делать с помощью оконного преобразования Фурье [19][20] и разложения по эмпирическим модам, известного под названием Empirical mode decomposition (EMD) [16].

Оконное преобразование Фурье представляет собой наиболее простой способ анализа, но при уменьшении ширины окна и среднее значение, и гармоники перестают отражать физический смысл разложения Фурье. Таким образом, частотно-временная диаграмма является достаточно удобной для случая, если колебания наложены на относительно медленно меняющуюся функцию. Однако если истинное среднее испытывает значительные скачки производной, то построенное таким образом среднее будет вести себя достаточно нерегулярным образом. Опыт построения средней энергии таким способом в данной задаче оказался неудачным.

Более приемлемым оказывается разложение по эмпирическим модам, смысл которого состоит в разложении результата по набору функций (также известных под названием Intrinsic mode functions, или IMF), отвечающих следующим требованиям:

- 1) количество экстремумов и нулей используемых в разложении функции отличается не более чем на 1;

- 2) среднее значение, определяемое по верхней и нижней огибающей, должно равняться нулю.

Особенность процедуры построения эмпирических мод заключается в том, что первыми будут выявлены гармоники, отвечающие наиболее высоким частотам. Этот метод подходит для исследования широкого класса нелинейных сигналов, однако отдельные моды не имеют определенной физической интерпретации. Для выделения среднего из сигнала с неустойчивостью имеет смысл вычитать из него первую эмпирическую моду.

Численно вычисление мод происходит итерационным методом с помощью инструментов библиотеки PyEMD. Для интерполяции данных использовались кубические сплайны, однако использование других методов существенно не влияет на результат. Поскольку для построения эмпирической моды требуется верхняя и нижняя огибающие, строящиеся по локальным максимумам, то определение последним происходило с помощью параболической интерполяции. В качестве критерия остановки итерационного процесса выбиралось выполнение одного из условий: число итераций или малости среднеквадратичной разницы двух итераций, деленной на норму предыдущей.

В рамках настоящей работы частотные и частотно-временные диаграммы строятся с помощью оконного преобразования Фурье. Разумеется, подобный подход имеет те же недостатки, что и локальное осреднение. Тем не менее, эти диаграммы дают хорошее представление о качественном сценарии развития нелинейных процессов, поэтому для наших целей такой метод вполне подходит.

4. Результаты для различных амплитуд внешней силы

На рис. 2 представлены результаты расчетов при значении амплитуды $a=0.01$ мм, которое является достаточно малым, чтобы можно было говорить о ламинарном волновом режиме. На поле вертикальной скорости отчетливо виден волновой аттрактор, что говорит о ламинарном характере движений.

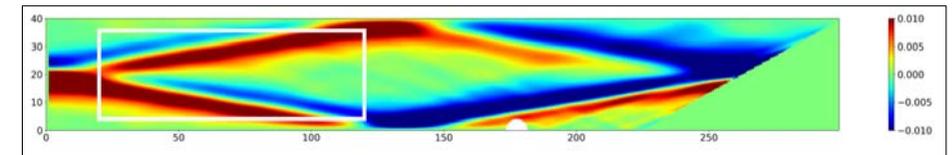
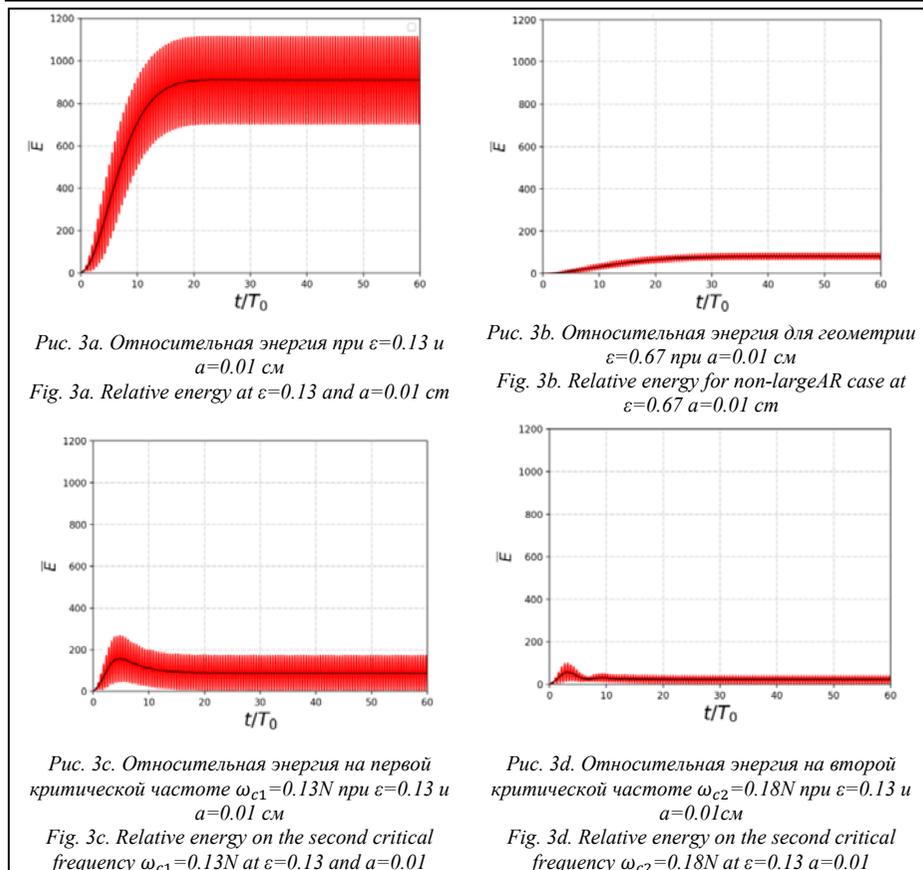


Рис. 2. Поле вертикальных скоростей при $a=0.01$ см. Белым обозначена область построения спектра
Fig. 2. Field of V_y at $a=0.01$ cm. White rectangular marks the area, where spectrum was calculated

Энергия в таком случае аккумулируется на аттракторе и после стремительного роста колеблется вокруг устойчивого среднего (показано черным, рис. 4а). Для сравнения приводим график зависимости энергии от времени для случая области, имеющей сопоставимые глубину и длину ($\varepsilon=0.67$), при наличии аттрактора того же вида: среднее значение безразмерной энергии оказывается на порядок ниже (рис. 4б).

Аттрактор может существовать лишь в ограниченном диапазоне частот [17], границы которого ограничены критическими частотами $\omega_{c1,2}$. На этих частотах форма аттрактора вырождается в диагональ трапеции. При этом аккумуляция энергии остается незначительной (рис. 3с-д). Кроме того, на рис. 3с-д хорошо видно, что кинетическая энергия системы колеблется между максимальным и минимальным значением, причем минимальное значение практически равно нулю. Известно, что для подобной системы волновой процесс имеет характер стоячих волн, что сильно отличает такую систему от случая прогрессивных волн, показанного на рис. 3а-б.



порядка единицы) частотный спектр волнового движения содержит лишь одну частоту, а при большой амплитуде возмущения было зафиксировано наличие компоненты с удвоенной частотой [6]. Частотно-временной спектр в дотурбулентном режиме остается относительно простым, видны только составляющие на нескольких первых гармониках, кратных частоте возмущения (рис. 5).

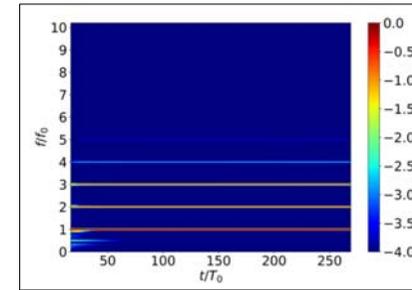


Рис. 5. Частотно-временная диаграмма
Fig. 5. Time-frequency diagram

Амплитуда $a=0.14$ мм соответствует переходному режиму между линейным ламинарным режимом и нелинейным режимом волновой турбулентности. При такой амплитуде волновой аттрактор визуально не просматривается (рис. 6).

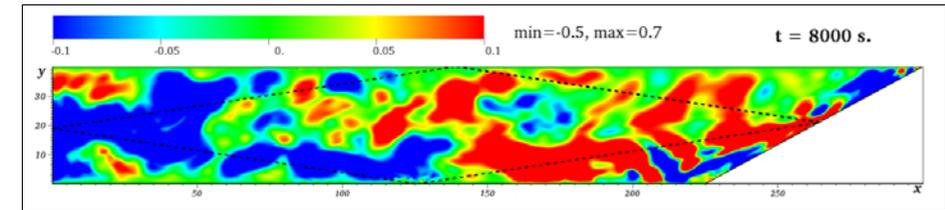


Рис. 6. Поле вертикальных скоростей при $a=0.14$ см
Fig. 6. V_y at $a=0.14$ cm

Тем не менее, даже в режиме с малым входным возмущением, при котором динамика системы близка к линейной (рис. 3а), можно наблюдать несколько пиков частотного спектра (рис. 4), который имеет линейчатый характер.

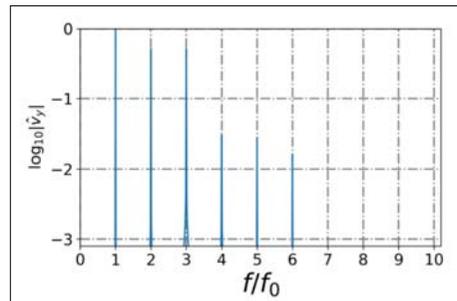


Рис. 4. Спектр при $\epsilon=0.13$, $a=0.01$ см
Fig. 4. Spectrum at $a=0.01$ cm

Это, по-видимому, является следствием удлиненной формы области, поскольку в линейном случае при сравнимых масштабах высоты и горизонтальной длины (аспектное отношение

На рис. 6 видно, что показанная пунктиром структура аттрактора, характерная для линейного режима (рис. 2), полностью размыта, волновое движение имеет характер развитой волновой турбулентности. График зависимости безразмерной кинетической энергии \bar{E} от времени, показан на рис. 7. На начальном этапе среднее значение энергии испытывает характерный рост, который останавливается на уровне $\bar{E} \sim 700$, как и для слаботурбулентного режима, после чего величина энергии остается постоянной до значений времени порядка 125 периодов возмущающего воздействия. Интересный эффект наблюдается в процессе дальнейшей эволюции: по достижении ($t \sim 125T_0$) среднее значение безразмерной энергии начинает с умеренной скоростью расти с одновременным увеличением амплитуды колебаний вокруг него. Можно предположить, что на больших временах происходит запуск каскада нелинейных волновых взаимодействий, вследствие чего в системе возникают существенные по величине субгармонические компоненты поля внутренних волн.

Вопрос о том, какому режиму движения соответствует наибольшее значение средней энергии, остается открытым, в расчетах, представленных на рис. 7, процесс на больших временах далек от насыщения, кроме того, нельзя исключить возможность появления следующего каскада нелинейных волновых взаимодействий на больших временных масштабах. На первый взгляд кажется, что развитие волновой турбулентности в системе вследствие каскада волновых взаимодействий должно «размывать» все структуры и мешать повышению среднего энергии в системе, поскольку дочерние волны подпитываются

энергией из основной волны, соответствующей частоте возмущающего воздействия. Однако представленные на рис. 7 результаты расчетов показывают, что в режиме слабой волновой турбулентности [21] возможна «накачка» системы с увеличением среднего уровня энергии.

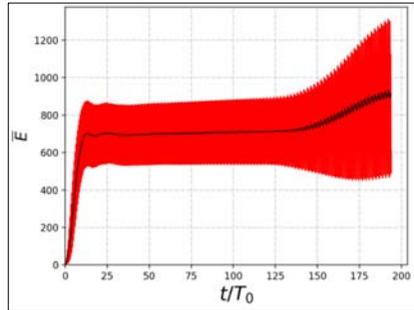


Рис. 7. Относительная кинетическая энергия при $a=0.14$ см
Fig. 7. Relative kinetic energy at $a=0.14$ cm

Режим развитой волновой турбулентности в изучаемой системе соответствует значению $a=0.20$ мм. Для наглядности на графике энергии (рис. 8) приведены первые две эмпирические моды. В сценарии развития турбулентного режима можно выделить следующие этапы: 1) первичная аккумуляция волновой энергии к волновому аттрактору. При этом неустойчивость ламинарного волнового аттрактора начинает развиваться еще до достижения максимума средней кинетической энергии; 2) установление первичного турбулентного режима, при котором вначале средняя кинетическая энергия и величина пульсаций несколько проседают, но затем на протяжении примерно 50-ти периодов внешних воздействий в среднем качественно не меняются; 3) на фоне сформировавшегося во втором этапе режима начинается рост новой устойчивости. На рис. 8 он проявляется в виде роста второй моды EMD разложения. Удивительно, что при этом начинается существенно расти не только величина пульсаций, но и сама средняя кинетическая энергия.

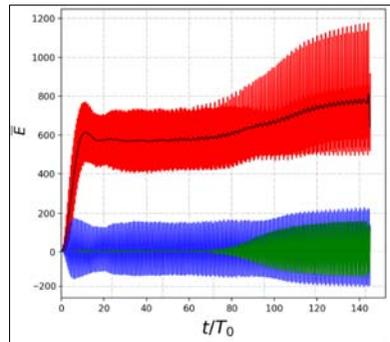


Рис. 8. Кинетическая энергия при $a=0.20$ см
Fig. 8. Kinetic energy at $a=0.20$ cm

На рис. 9а-с отражена зависимость осредненных по жидкому объему интегральных величин от амплитуды внешнего воздействия. Полная кинетическая энергия (рис. 9а) и диссипация (рис. 9б) растут с увеличением амплитуды возмущающего воздействия. Относительная энергия \bar{E} демонстрирует необычное поведение. Немонотонное поведение зависимости относительной энергии от амплитуды, вероятно, связано со сменой характера волновой турбулентности.

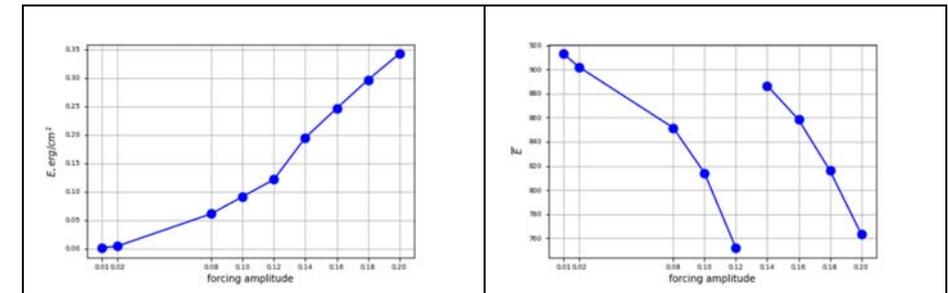


Рис. 9а. Средняя кинетическая энергия (полная энергия, нормированная на объем области и осредненная по времени после установления периодического режима)
Fig. 9a. Mean energy

Рис. 9б. Относительная энергия
Fig. 9b. Relative energy

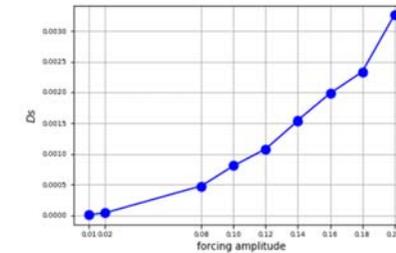


Рис. 9с. Диссипация
Fig. 9c. Dissipation

4. Заключение

Возникновение волновых аттракторов при большом соотношении между длиной и глубиной стратифицированного водоема (расчетной либо экспериментальной области) представляет собой большой интерес как с практической, так и с теоретической точек зрения. По сравнению с изученным на лабораторных масштабах модельным случаем областей, имеющих сопоставимые масштабы в вертикальном и горизонтальном направлениях, случай большого аспектного соотношения соответствует более типичной для природных систем (океан, озеро) геометрии. В случае удлиненной в горизонтальном направлении геометрии оказывается, что величина безразмерной энергии, аккумулированной малой амплитуде входного воздействия имеет тенденция к развитию в системе неустойчивости, при которой возникает частотные спектры, имеющие развитый набор супергармоник.

В режимах развитой волновой турбулентности в расчетах наблюдается неожиданно высокое значение средней безразмерной энергии системы, т.е. имеет место «накачка» системы до высокого энергетического уровня, причем имеет место полная потеря визуальной структуры волновых аттракторов, а также уменьшение относительного вклада компоненты, соответствующей частоте возмущения, в суммарную энергию системы. Проведенные исследования наглядно показали, что несмотря на то, что в турбулентных режимах с большим отношением масштабов визуально аттрактор не наблюдается, концентрация кинетической энергии оказывается даже выше, чем в ламинарных режимах.

Список литературы / References

- [1]. Garrett C.J.R., Munk W. H. Internal waves in the ocean. *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 11, 1979, pp. 339-369.
- [2]. Maas L.R. M., Lam F.P.A. Geometric focusing of internal waves. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 300, 1995, pp. 1-41.
- [3]. Maas L. R.M., Benielli D., Sommeria J., Lam F.P.A. Tidally generated internal-wave attractors between double ridges. *Nature*, vol. 388, 1997, pp. 557-561.
- [4]. Scolan H., Ermanyuk E., Dauxois T. Nonlinear Fate of Internal Wave Attractors. *Physical Review Letters*, vol. 110, 2013, article id 234501.
- [5]. Maas L.R.M. Wave focusing and ensuing mean flow due to symmetry breaking in rotating fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 437, 2001, pp. 13-28.
- [6]. Grisouard N., Staquet C., Pairaud I. Numerical simulation of a two-dimensional internal wave attractor. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 614, 2008, pp. 1-14.
- [7]. Hazewinkel J., Grisouard N., Dalziel S. B. Comparison of laboratory and numerically observed scalar fields of an internal wave attractor. *European Journal of Mechanics – B/Fluids*, vol. 30, issue 1, 2011, pp. 51-56.
- [8]. Брузе К., Доксуа Т., Ерманюк Е. и др. Прямое численное моделирование аттракторов внутренних волн стратифицированной жидкости в трапецидальной области с колеблющейся вертикальной стенкой. *Труды ИСП РАН*, том 25, вып. 5, 2014 г., стр. 117-142 / Brouzet C., Dauxois T., Ermanyuk E. et al. Direct numerical simulation of internal gravity wave attractor in trapezoidal domain with oscillating vertical wall. *Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS*, vol. 25, issue 5, 2014, pp. 117-142 (in Russian). DOI: 10.15514/ISPRAS-2014-26(5)-6.
- [9]. Beckebanze F., Brouzet C., Sibgatullin I.N., Maas L.R.M. Damping of quasi-two-dimensional internal wave attractors by rigid-wall friction. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 841, 2018, pp. 614-635.
- [10]. Сибгатуллин И.Н., Ерманюк Е.В., Ватутин К.А., Рязанов Д.А., Сую С. Численное моделирование трехмерных волновых аттракторов. *Океанологические исследования*, vol. 47, № 1, 2019 г., стр. 112-115 / Sibgatullin I.N., Ermanyuk E.V., Vatutin K.A., Ryzanov D.A., Xu X. Numerical simulation of three-dimensional wave attractors. *Journal of Oceanological Research*, vol. 47, № 1, 2019, pp. 112-115 (in Russian).
- [11]. Провидукина М., Сибгатуллин И. Применение спектральных методов обработки данных к результатам численного моделирования аттракторов внутренних волн. *Труды ИСП РАН*, том 28, вып. 1, 2016 г., стр. 275-282 / Providukhina M., Sibgatullin I. Application of statistical and spectral methods to computational modeling of internal wave attractors. *Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS*, 2016, vol. 28, issue 1, pp. 275-282 (in Russian). DOI: 10.15514/ISPRAS-2016-28(1)-16.
- [12]. Сибгатуллин И.Н., Ерманюк Е.В. Аттракторы внутренних и инерционных волн (обзор). *Прикладная механика и техническая физика*, № 2, 2019 г., стр. 113-136 / Sibgatullin I.N., Ermanyuk E.V. Internal and inertial wave attractors: a review. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, № 2, 2019, pp. 113-136 (in Russian).
- [13]. Kuznetsova D. V., Sibgatullin I. N. Transitional regimes of penetrative convection in a plane layer. *Fluid Dynamics Research*, vol. 44, no. 3, 2012, article id 031410.
- [14]. Fischer P., Ronquist E. Spectral element methods for large scale parallel Navier-Stokes calculations. *Computer Methods. Applied Mechanics and Engineering*, vol. 116, issue 1-4, 1994, pp. 69-76.
- [15]. Spiegel E.A., Veronis G. On the Boussinesq Approximation for a Compressible Fluid. *Astrophysical Journal*, vol. 131, p. 442.
- [16]. Huang N.E. et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of The Royal Society A. Mathematical Physical and Engineering Sciences*, vol. 454, 1998, pp. 903-995.
- [17]. Рязанов Д.А., Провидукина М.И., Сибгатуллин И.Н., Ерманюк Е. В. Бигармонические аттракторы внутренних гравитационных волн. *Механика жидкости и газа*, принята в печать, 2020.
- [18]. Dauxois T., Joubaud S., Odier P., Vanaille A. Instabilities of internal gravity wave beams. *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 50, 2018, pp. 131–156.
- [19]. Allen J.B. Short Time Spectral Analysis, Synthesis, and Modification by Discrete Fourier Transform. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 25, issue 3, 1977, pp. 235–238.
- [20]. Jacobsen E., Lyons R. The sliding DFT. *Signal Processing Magazine*, vol. 20, issue 2, 2003, pp. 74–80
- [21]. Nazarenko S. *Wave turbulence*. Springer, 2011, 295 p.

- [22]. Koudella C. R., Staquet C. Instability mechanisms of a two-dimensional progressive internal gravity wave. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 548, 2006, pp. 165–196.
- [23]. Sutherland B. R. Internal wave instability: wave-wave and wave-induced mean flow interactions. *Physics of Fluids*, vol. 18, issue 7, 2006, article id 074107.
- [24]. Bourget B., Dauxois T., Joubaud S., Odier P. Experimental study of parametric subharmonic instability for internal plane waves. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 723, 2013, pp. 1–20.
- [25]. Bourget B., Scolan H., Dauxois T. et al. Finite-size effects in parametric subharmonic instability. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 759, 2014, pp. 739–750.
- [26]. Karimi H.H., Akylas T.R. Parametric subharmonic instability of internal waves: locally confined beams versus monochromatic wave trains. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 757, 2014, pp. 381–402.
- [27]. Brouzet C., Ermanyuk E.V., Joubaud S. et al. Internal wave attractors: different scenarios of instability. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 811, 2017, pp. 544–568.
- [28]. Dauxois T., Ermanyuk E. V., Brouzet C. et al. *Abyssal mixing in the laboratory*. In *The ocean in motion: circulation, waves, polar oceanography*, Springer, 2018, pp. 221–237.

Информация об авторах / Information about authors

Степан Алексеевич ЕЛИСТРАТОВ – студент, его научные интересы включают особенности волновых течений из-за периодических воздействий на стратифицированные жидкости и приложения к океанологии и астрофизике.

Stepan Alekseevich ELISTRATOV is a student, his scientific interests include wave motions due to periodic external forcing in astrophysical and oceanological applications.

Кирилл Александрович ВАТУТИН – аспирант, его научные интересы включают задачи волновой динамики в стратифицированных и вращающихся средах, разработка программных средств для задач гидроаэродинамики.

Kirill Alexandrovich VATUTIN is a PhD student, his scientific interests include the problems of wave dynamics in stratified or rotating media, and development of CFD software.

Ильяс Наилевич СИБГАТУЛЛИН – старший научный сотрудник, кандидат физико-математических наук. Сфера научных интересов: гидродинамика конвективных и турбулентных течений, нелинейная динамика, внутренние и инерционные волны, волновые аттракторы.

Ilias Nailevich SIBGATULLIN – is a senior researcher, PhD. Research interests: convection, turbulence, nonlinear dynamics, internal and inertial waves, wave attractors, wave turbulence.

Евгений Валерьевич ЕРМАНЮК – директор института, доктор физико-математических наук. Научные интересы включают, в том числе: гидродинамический эксперимент, стратифицированные жидкости, внутренние волны, плотностные течения, гидродинамический удар, оптические измерения в жидкостях.

Evgeniy Valerievich ERMANYUK – director of the institute, doctor, professor. Research interests: hydrodynamic experiments, stratified fluids, internal and inertial waves.

Евгений Александрович МИХАЙЛОВ является ассистентом, кандидатом физико-математических наук, его научные интересы включают изучение двумерных моделей в гидродинамике с помощью численных и аналитических подходов, исследование астрофизических моделей.

Evgeniy Aleksandrovich MIKHAILOV is an assistant professor, Ph.D. His research interests include two-dimensional models in hydrodynamics using numerical and analytical methods, elaboration of astrophysical models.