



Параметрические исследования течений в микросоплах

Е.А. Митрюкова, ORCID: 0000-0002-5350-5366 <mit_e_a@mail.ru>

*Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова,
426069, Россия, г. Ижевск, ул. Студенческая, д. 7*

Аннотация. Работа посвящена параметрическим исследованиям течения криптона в коническом микросопле при истечении в область с низким давлением. Изучены особенности течений при различных значениях давления торможения в предсопловом объеме, в том числе при возникновении конденсированной фазы в потоке. Математическое моделирование проводилось на основе численного решения полной системы уравнений Навье-Стокса, дополненной уравнением массовой доли конденсата и слагаемыми в уравнении сохранения энергии, отвечающими за теплоту фазового перехода. В математической модели учитывалось изменение коэффициентов динамической вязкости и теплопроводности от температуры газа. Расчетная область включала в себя само микросопло и часть пространства за ним. Задача решалась методом контрольного объема на блочно-структурированной регулярной сетке из четырехугольных элементов с использованием схем второго порядка точности. По времени интегрирование уравнений проводилось с использованием метода Рунге-Кутты. Расчеты проводились при значениях давления торможения 5, 10 и 15 атм для однофазного и двухфазного течений. Приведены поля распределения температуры и числа Маха в сопле и в пространстве за ним. Изучено осевое распределение давления, температуры и числа Маха. Показано, что в случае однофазного потока наблюдается автомодельность течений газа. Поля давлений были подобны, а в безразмерном виде совпадали между собой. При этом наблюдалась идентичность полей скорости и температуры при различных значениях давления торможения. Автомодельность течения нарушается в зоне формирования конденсированных частиц. Размеры зон локального повышения температур, а также интенсивность тепловыделения зависят от заданного давления торможения, что отражается на скоростных характеристиках течения.

Ключевые слова: микросопло; криптон; уравнения Навье-Стокса; конденсированная фаза; математическое моделирование.

Для цитирования: Митрюкова Е.А. Параметрические исследования течений в микросоплах. Труды ИСП РАН, том 35, вып. 2, 2023 г., стр. 225-234. DOI: 10.15514/ISPRAS-2023-35(2)-16

Parametric investigations of flows in micronozzles

E.A. Mitryukova, ORCID: 0000-0002-5350-5366 <mit_e_a@mail.ru>

*Kalashnikov Izhevsk state technical university
7, Studencheskaya st., Izhevsk, 426069, Russia*

Abstract. The work is devoted to parametric investigations of the krypton flow in a conical micronozzle when flowing into a region with low pressure. The features of the flows are studied at various values of the stagnation pressure in the pre-nozzle volume, including the occurrence of a condensed phase in the flow. Mathematical modeling was carried out on the basis of a numerical solution of the complete system of Navier-Stokes equations, supplemented by the equation for the mass fraction of the condensate. The mathematical model takes into account the change in the coefficients of dynamic viscosity and thermal conductivity depending on the gas temperature. The problem was solved by the control volume method on a block-structured regular grid of quadrangular elements using schemes of the second order of accuracy. The equations were integrated with

respect to time using the Runge-Kutta method. The calculations were carried out at stagnation pressures of 5, 10, and 15 atm for single-phase and two-phase flows. The distribution fields of temperature and Mach number in the nozzle and in the space behind it are presented. The axial distribution of pressure, temperature, and Mach number has been studied. It is shown that in the case of a single-phase flow, self-similarity of gas flows is observed. The pressure fields were similar, but in a dimensionless form they coincided to each other. In this case, the identity of the velocity and temperature fields was observed at different values of the stagnation pressure. The self-similarity of the flow is violated in the zone of formation of condensed particles. The dimensions of the zones of local temperature increase, as well as the intensity of heat release, depend on the given stagnation pressure, which is reflected in the velocity characteristics of the flow.

Keywords: micronozzle; krypton; Navier–Stokes equations; condensed phase; mathematical modeling.

For citation: Mitryukova E.A. Parametric studies of flows in microsopes. *Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS*, vol. 35, issue 2, 2023. pp. 225-234 (in Russian). DOI: 10.15514/ISPRAS-2023-35(2)-16

1. Введение

Микромасштабные внутренние течения жидкостей и газов являются предметом многих современных исследований [1-10]. Микрогидродинамика, или микрофлюидика выделяется в отдельную науку, занимающуюся изучением малых движущихся объемов жидкости и способы управления такими микропотоками [4-10]. Микротечения жидкостей встречаются как в естественных условиях, например, при фильтрации через пористые среды, так и в искусственных микросистемах. Широкое распространение микрогидродинамических устройств связано с миниатюризацией технических конструкций и диктуется необходимостью снижения энергопотребления, увеличения быстродействия, повышения чувствительности, расширения функциональных возможностей и другими направлениями совершенствования устройств.

Микрогидродинамическая техника (микронасосы, микроклапана, микромиксеры и т.п.) используется интенсивно в медицине (фармацевтике) [1-4], химии (наноматериалы) [4, 5], биологии [1-3] и микроэлектронике [4, 6-10]. Назначением микрогидродинамических устройств (МГДУ) является транспортировка (перекачка) однофазных или многофазных гетерогенных или гомогенных сред по каналам, характерные размеры которых ограничены несколькими десятками микрометров.

Малые размеры потоков приводят к тому, что часть физических явлений, играющих значительную роль в макроскопических течениях, перестают быть значимыми, например гравитация. В то же время малозначимые для макропотоков физические эффекты в микротечениях становятся основополагающими, например, капиллярные эффекты.

Микротечения имеют несколько особенностей. Во-первых, несмотря на малые характерные размеры МГДУ, изучаемые физико-механические процессы находятся в рамках гипотезы сплошной среды, т.е. для их описания применимы основные законы сохранения механики жидкости и газа. Во-вторых, микроразмерные потоки характеризуются малыми числами Рейнольдса ввиду малых значений характерных геометрических размеров каналов и, как правило, являются ламинарными. Это позволяет не усложнять математическую постановку задачи моделями турбулентности. В первую очередь это касается несжимаемых сред, вязкость которых имеет тот же порядок, что и характерные размеры каналов. При этом скорости движения жидкости ограничены давлением насыщенных паров. Жидкостные микроканалы могут иметь различную архитектуру. Это могут быть прямолинейные каналы прямоугольного сечения. Другие МГДУ могут быть представлены в виде древовидной системы разветвляющихся каналов. Такие каналы используются, например, в микрорадиаторах в микроэлектронике [9, 11]. Для смешивания жидкостей могут использоваться микромиксеры в виде Т-образно соединенных каналов [12].

Микромасштабные течения сжимаемых газов могут отличаться от своих макроскопических аналогов тем, что одновременно с низкими числами Рейнольдса в них могут достигаться высокие числа Маха, даже если канал прямолинейный. В сверхзвуковых микросоплах

ускорение газа еще более ощутимое. Такие сопла могут использоваться для получения высокоскоростных сфокусированных пучков микрочастиц [13, 14]. В этом случае газ выступает как несущая среда, разгоняющаяся до сверхзвуковых скоростей и дающая необходимую инерцию дисперсным частицам. Силы вязкого трения вблизи стенок сопла значительно сужают сверхзвуковую область течения и помогают сконцентрировать частицы в центре сопла.

Настоящая работа посвящена параметрическим исследованиям течения криптона в коническом микросопле при истечении в область с низким давлением. Целью проводимых исследований является определение особенностей течений в микросопле при различных значениях давления торможения в предсопловом объеме, в том числе при возникновении конденсированной фазы в потоке. Работа является продолжением, проводившихся ранее в работах [10, 14-16] по изучению течений инертных газов в микросоплах.

2. Постановка задачи и математическая модель

В работе численно исследуется течение криптона в осесимметричном коническом микросопле (рис. 1). Задача решается в осесимметричной постановке. Схема расчетной области показана на рисунке 1. Радиус критического сечения сопла составляет $R_{cr} = 250$ мкм, угол полураствора конуса $4,3^\circ$, длины конфузорной и диффузорной частей равны 5 и 7 мм, соответственно, и общая длина сопла равна $L_{noz} = 12$ мм. Для получения корректного распределения параметров в сопле рассчитывалась также часть пространства за соплом. Радиус свободного объема за соплом составляет $R_{ves} = 25$ мм, а длина $L_{ves} = 20$ мм.

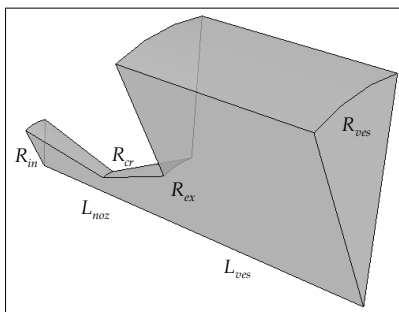


Рис. 1. Схема расчетной области
Fig. 1. Sketch of the calculation domain

Математическое моделирование проводилось на основе численного решения полной системы уравнений Навье-Стокса, дополненной уравнением массовой доли конденсата и слагаемыми в уравнении сохранения энергии, отвечающими за теплоту фазового перехода. Система уравнений, соответствующая законам сохранения массы, импульса, энергии и массовой доли конденсата записывается следующим образом [10, 14]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_r}{\partial r} + F_{\theta\theta} = \frac{\partial L_x}{\partial x} + \frac{\partial L_r}{\partial r} + L_{\theta\theta} + L_{cond}, \quad (1)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \\ \rho G \end{bmatrix} \quad F_x = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uh \\ \rho uG \end{bmatrix} \quad F_r = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vh \\ \rho vG \end{bmatrix} \quad F_{\theta\theta} = \frac{\rho}{r} \begin{bmatrix} v \\ uv \\ v^2 \\ vh \\ vG \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$L_x = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xr} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xr} + q_x \\ 0 \end{bmatrix} \quad L_r = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{rx} \\ \tau_{rr} \\ u\tau_{rx} + v\tau_{rr} + q_r \\ 0 \end{bmatrix},$$

(3)

$$L_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_{rr} - \tau_{\theta\theta} \\ u\tau_{rx} + v\tau_{rr} + q_r \\ 0 \end{bmatrix} L_{cond} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ m'\Delta H_s \\ m' \end{bmatrix},$$

где u и v проекции скорости на оси координат, $\tau_{xx}, \tau_{xr}, \tau_{rr}, \tau_{\theta\theta}$ – тензоры скоростей, ρ – плотность газа, e – удельная энергия, h является общей энтальпией, G – массовая доля конденсата, m' – масса сверхкритических кластеров, ΔH_s – тепло фазового перехода, $q = (q_r, q_x)$ – вектор плотности теплового потока.

Система уравнений сохранения (1)-(3) замыкалась соотношениями, выражающими обобщенный закон Ньютона, закон Фурье, энергию и энтальпию газа и уравнением состояния, учитывающим наличие конденсированной фазы в потоке.

$$\tau_{xx} = 2\eta \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\eta \operatorname{div}\Omega, \quad \tau_{rr} = 2\eta \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3}\eta \operatorname{div}\Omega, \quad \tau_{\theta\theta} = -\frac{2}{3}\eta \operatorname{div}\Omega, \quad (4)$$

$$\tau_{xr} = \tau_{rx} = \eta \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right), \quad \operatorname{div}\Omega = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r}, \quad \Omega = (u; v),$$

$$e = \frac{u^2 + v^2}{2} + C_v T, \quad h = \frac{u^2 + v^2}{2} + C_p T, \quad (5)$$

$$p = \rho RT(1 - G), \quad (6)$$

где η – коэффициент динамической вязкости (7), C_p – удельная теплоемкость газа, R – универсальная газовая постоянная.

Ввиду больших температурных градиентов коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности газа определяется по формулам [17, 18]:

$$\eta(T) = 26.69 \frac{\sqrt{\mu T}}{\sigma^2 \Omega \left(\frac{T k}{\varepsilon} \right)}, \quad (7)$$

μ является молярной массой газа, σ – потенциальный параметр Леннарда-Джонса, характеризующий расстояние нулевого межмолекулярного взаимодействия, Ω – интеграл столкновения (8), зависящий от закона взаимодействия.

$$\Omega(\bar{T}) = \frac{1.16}{\bar{T}^{0.15}} + \frac{0.52}{e^{0.77\bar{T}}} + \frac{2.16}{e^{2.44\bar{T}}}, \quad (8)$$

$\bar{T}$ является безразмерной температурой, которая может быть определена энергетическим параметром потенциала Леннарда-Джонса и постоянной Больцмана $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

$$\lambda(T) = \frac{\eta(T)C_p}{Pr}, \quad (9)$$

λ – коэффициент теплопроводности, определяющийся коэффициентом вязкости, Pr – число Прандтля.

Система уравнений (1)-(9) дополнялась уравнениями, описывающими процесс формирования и роста конденсированных частиц в переохлажденном потоке криптона. Подробная математическая модель данного процесса описана в работе [14]. Данный подход ранее был успешно применен для описания недорасширенных струй криптона за микроскопами. Результаты расчетов согласуются с экспериментальными данными [15].

Задача решается методом контрольных объемов [19] на основе авторского кода. Для расчетной области, показанной на рис. 1 построена блочно-структурированная конечно-объемная сетка, заполненная четырехугольными элементами, которые в засопловом

пространстве принимают форму прямоугольников (рис. 2). Сетка в блоках 1 и 2 равномерная, в блоке 3 шаг расчетной сетки увеличивается по мере удаления от нижней границы. Общее количество сеточных элементов составляет 355 тысяч ячеек. Сеточная сходимость исследовалась на задаче движения вязкого теплопроводного газа без учета эффектов конденсации на основе сравнения графиков распределения температуры, скорости и давления на оси сопла с соответствующими распределениями, характерными для течения невязкого и нетеплопроводного газа. В применяемом подходе контрольные объемы совпадают с элементами сетки. Основные переменные определяются в центральных точках ячеек.

Нахождение конвективного и диффузионного потоков на границе контрольной ячейки осуществляется при помощи линейной аппроксимации решения в каждой ячейке. Величина конвективного потока через границу ячейки определяется при помощи противопоточной схемы. Определение значений параметров потока в центрах ячеек позволяет избежать проблемы деления на ноль при реализации численного алгоритма для уравнений (1) – (9), так как в этом случае значение радиуса не обращается в ноль. Для интегрирования уравнений по времени использовался метод Рунге-Кутты. Шаг по времени, используемый для расчета газовой фазы составляет 10^{-10} с, для расчета течения газа с конденсатом – 10^{-12} с. Расчет одного варианта на ПК (процессор AMD Ryzen 5 1600, оперативная память 64 Гб) занимает около 500 часов.

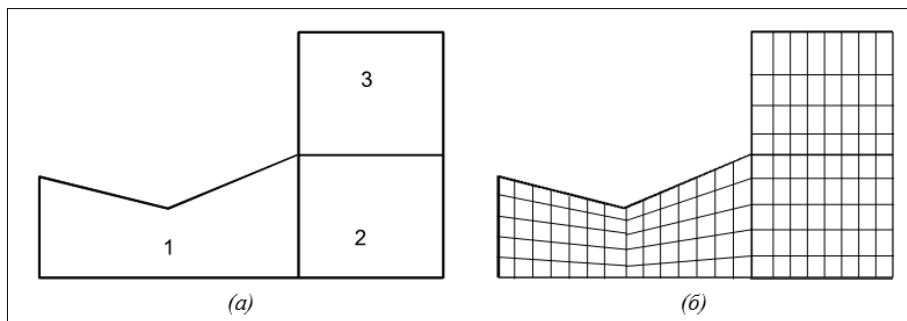


Рис. 2. Блоки расчетной сетки (а) и схема сеточных линий (б)
Fig. 2. Calculation mesh blocks (a) and sketch of the mesh lines (b)

Расчетная область ограничена четырьмя видами границ: входная граница в сопло, непроницаемые стенки, ось симметрии и граница выхода в камеру с низким давлением. На входной границе задавались температура торможения $T = 300$ К и давление торможения газа p_0 , которое задавалось равным 5, 10 и 15 атм. Стенки сопла и вертикальные стенки вакуумной камеры за ним – непроницаемые адиабатические стенки, на которых выполняется условие прилипания потока. В выходных сечениях в случае дозвукового истечения поддерживается постоянное давление 10^{-2} Па, в случае сверхзвукового истечения реализуется снос параметров потока. В начальный момент времени газ считается неподвижным, по всей области интегрирования задаются параметры торможения. Термодинамические свойства криптона определяются в соответствии с [18, 19]: $C_p = 246$ Дж/(кг·К), $C_v = 147$ Дж/(кг·К), $R = 99$ Дж/(кг·К), $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.67$, $\sigma = 3.542$ Å, $\varepsilon/k = 178.9$ К, $Pr = 0.7$.

3. Результаты численного моделирования

Численное моделирование проводилось поэтапно. На первом этапе методом установления рассчитывались параметры течения криптона без учета конденсированной фазы. Распределение числа Маха и температуры газа представлены на рис. 3. Слева сверху более детально показана картина течения в расширяющейся части сопла и на выходе из него. На рисунках белая линия отделяет дозвуковую часть потока от сверхзвуковой. Можно увидеть,

что вблизи стенки сопла из-за наличия вязкого трения, формируется достаточно широкая зона дозвуковых скоростей, которая увеличивается вверх по потоку. В самом широком месте эта зона занимает 17.7% от радиального размера потока. Температурное поле соответствует энергетическому распределению. В пристеночной области течения температура приближается к температуре торможения, а по мере приближения к оси канала – к идеальной кривой невязкого течения. За соплом по краю недорасширенной сверхзвуковой струи формируется область повышенной температуры. В струе температура опускается ниже 10 К. В результате числа Маха в струе достигают значений выше 22. Следует отметить, что число Рейнольдса, рассчитанные по средней скорости потока в горловине сопла не превышают величину 2190, а максимальное число Кнудсена равно $9.4 \cdot 10^{-4}$. Данные числа подтверждают применимость ламинарной модели течения и правомерность использования уравнений Навье-Стокса для описания течения в исследуемом микросопле.

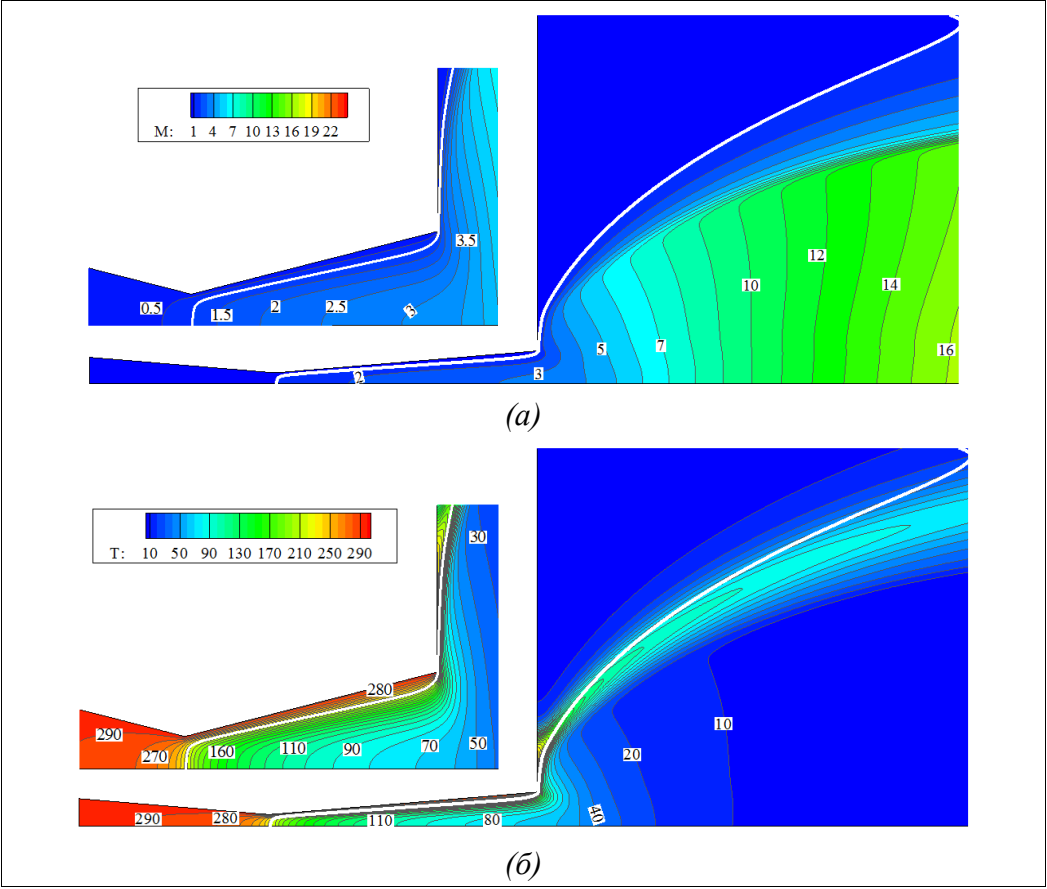


Рис. 3. Распределение числа Маха (а) и температуры (б) однофазного потока
Fig. 3. Mach number distribution (a) and temperature field (b) for single phase flow

Как и в случае невязкого, нетеплопроводного газа, течения при различных давлениях торможения оказались автомодельными - поля безразмерных давлений (отнесенных к давлению торможения) совпали между собой. При этом, поля скорости и температуры были абсолютно идентичными для различных p_0 . Это можно увидеть на рис. 4., на котором показано изменение давления, температуры и числа Маха вдоль оси расчетной области.

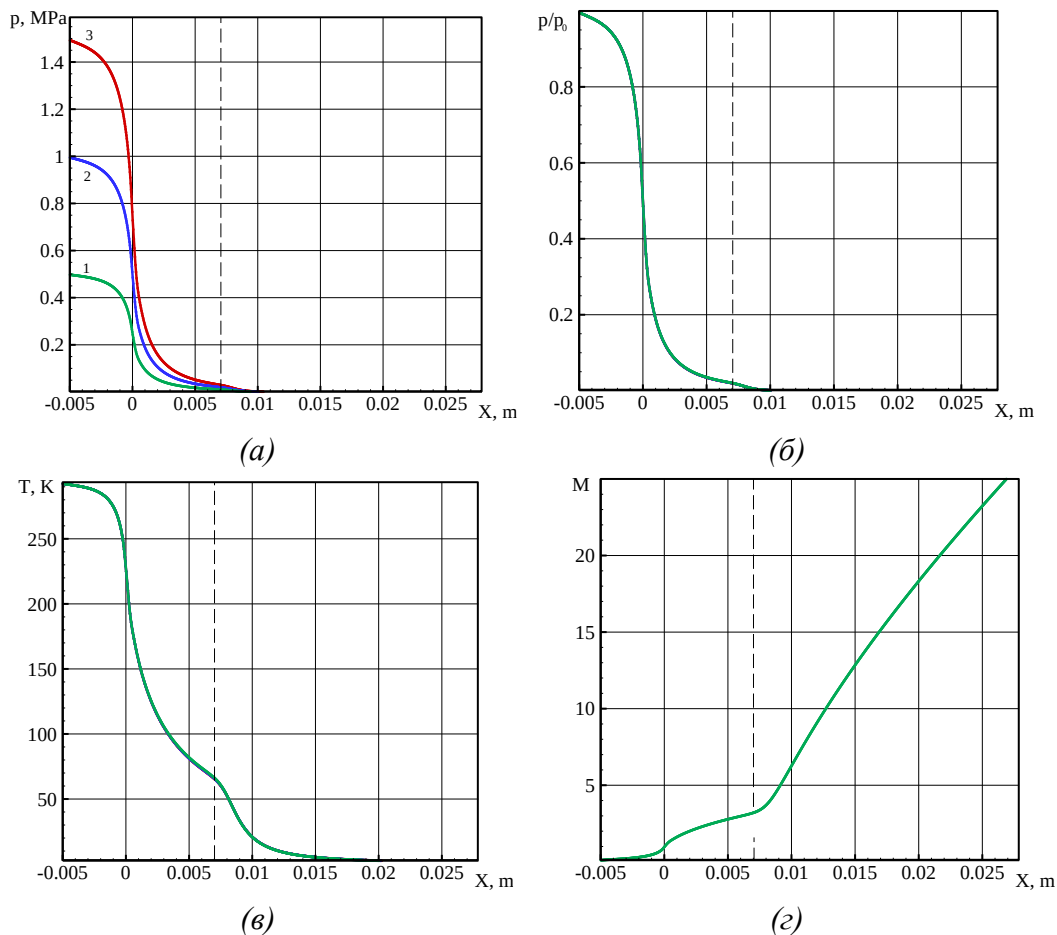


Рис. 4. Изменение статического (а) и относительного (б) давления, температуры (в) и числа Маха (г) вдоль оси
 Fig. 4. Variation of static (a) and dimensionless (b) pressure, temperature (c) and Mach number (d) along axis

На рис.4а приведено распределение осевого давления в МПа. Обозначения на данном рисунке соответствуют различным давлениям торможения в предсопловом объеме: 1 – 5 атм, 2 – 10 атм, 3 – 15 атм (на всех рисунках). На рис.4 б показано уже давление, отнесенное к давлению торможения. Кривые для различных расчетов совпадают между собой. На всех графиках вертикальная пунктирная линия отмечает срез сопла.

Автомодельность течения нарушается, когда на втором этапе исследования подключается модель формирования и роста конденсированных частиц. Данный этап также рассчитывается методом установления. Результаты моделирования двухфазных течений показаны на рис.5, 6.

Появление частиц второй фазы приводит к запуску процесса тепловыделения, а тот в свою очередь к повышению температуры. Рис. 5 соответствует давлению торможения равному 15 атм. Лучше всего этот эффект прослеживается на поле температур.

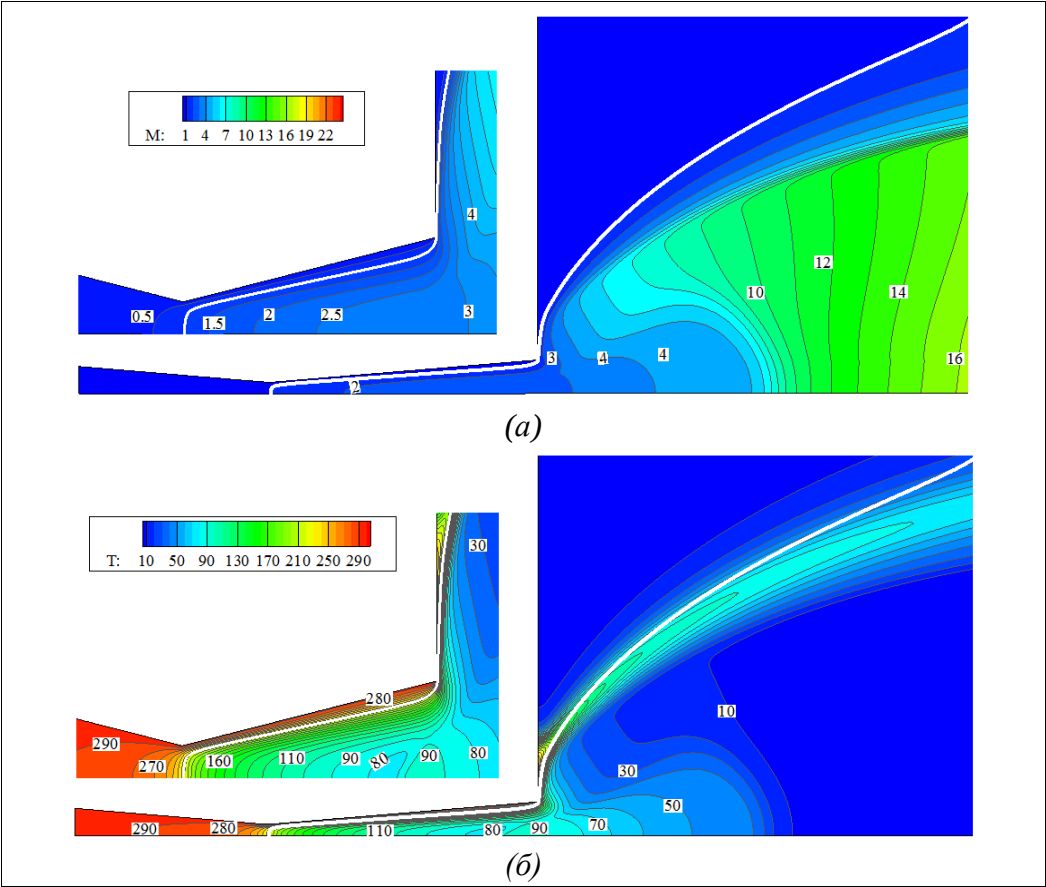


Рис. 5. Распределение числа Маха (а) и температуры (б) двухфазного потока
Fig. 5. Mach number distribution (a) and temperature field (b) for two phase flow

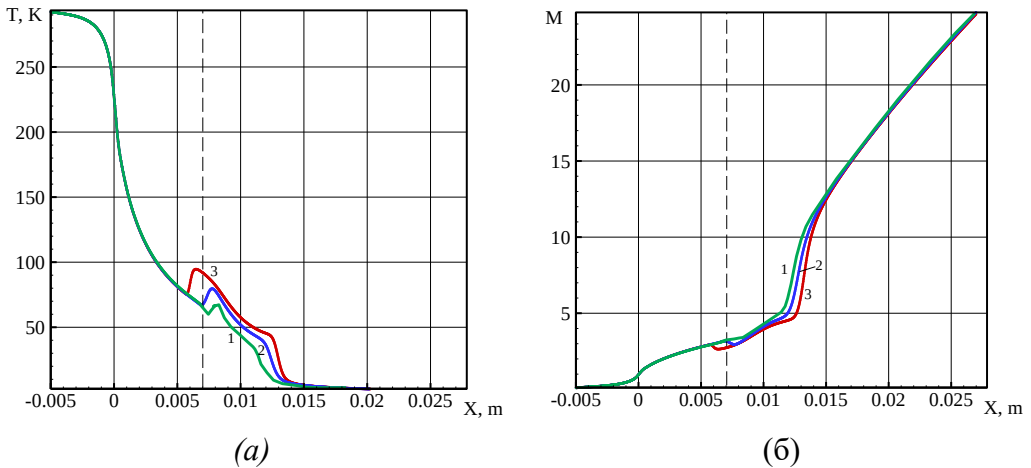


Рис. 6. Изменение температуры (а) и числа Маха (б) двухфазного потока вдоль оси
Fig. 6. Variation of temperature (a) and Mach number (b) for two phase flow along axis

На выходе из сопла между областями с температурой 80 К появляется локальная зона прогретая до 90 К. В этой области поток замедляется. Лучше всего это видно на графиках на 232

рис. 6. Параметры локальной области повышения температуры зависят от давления торможения. Это связано, прежде всего, с тем, что разным значениям p_0 соответствуют разные значения температуры, при которых криптон начинает конденсироваться. При давлении торможения 5 атм, стартовая температура конденсации равна 60 К, а при давлении 15 атм – около 75 К. Интенсивность тепловыделения также разная. Большее давление торможения приводит к более интенсивному прогреву газа в зоне конденсации. Процесс конденсации прекращается в одной и той же точке для всех вариантов, в точке $X = 0.015$ м. В результате неравномерного распределения температуры в этих зонах происходит деформация кривой числа Маха (рис.6б). При давлениях торможения 10 и 15 атм хорошо видны зоны торможения. При давлении 5 атм явного торможения не наблюдается, но разгоняется поток гораздо медленнее, чем в однофазном случае.

4. Заключение

В работе проведены параметрические исследования течения криптона в коническом микросопле при истечении в область с низким давлением. Изучены особенности течений в при различных значениях давления торможения в предсопловом объеме, в том числе при возникновении конденсированной фазы в потоке. Исследования проведены при $p_0 = 5, 10$ и 15 атм. Показано, что в случае однофазного потока наблюдается автомодельность течений газа. При этом, поля скорости и температуры являются абсолютно идентичными для различных значений давления торможения. Автомодельность течения нарушается, когда подключается модель формирования и роста конденсированных частиц. Размеры зон локального повышения температур, а также интенсивность тепловыделения зависят от заданного давления торможения. Это отражается на скоростных характеристиках течения.

Список литературы / References

- [1] Родченкова В., Шахнович И. Микрофлюидные чипы – конструктор для разработчика. Решения компании Dolomite. Аналитика, вып. 3, 2017 г., стр. 60-69 / Rodchenkova V., Shakhnovich. I. Microfluidic chips are a designer for developers. Dolomite solutions. Analytics, issue 3, 2017, pp. 60-69 (in Russian).
- [2] Зими́на Т.М. Миниатюрные аналитические системы биомедицинского назначения – лаборатории на чипе. Биотехносфера, вып. 1, 2009 г., стр. 11-17 / Zimina T.M. Miniature analytical systems for biomedical purposes – laboratories on a chip. Biotechnosphere, issue 1, 2009, pp. 11-17 (in Russian).
- [3] Александров В.А., Тонков Л.Е. Экспериментальная микрогидродинамика капли жидкости на вибрирующей полимерной подложке. Химическая физика и мезоскопия, том 18, вып. 4, 2016 г., стр. 620-633 / Aleksandrov V.A., Tonkov L.E. Experimental microhydrodynamics of liquid drop on a vibrating polymeric substrate. Chemical Physics and Mesoscopies, vol. 18, issue 4, 2016, pp. 620–633 (in Russian).
- [4] Лемозерский В.Е., Зими́на Т.М. и др. Разработка интегрируемого в микрофлюидную систему электроакустического актюаторного модуля для экспресс-подготовки фракций крови. Биотехносфера, вып. 3, 2017 г., стр. 16-28 / Lemozersky V.E., Zimina T.M. et al. Development of an electroacoustic actuator module integrated into a microfluidic system for express preparation of blood fractions. Biotechnosphere, issue 3, 2017, pp. 16-28 (in Russian).
- [5] Ахметов А.Т., Валиев А.А. и др. Микрогидродинамика крови при стенозе сосудов Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова, том. 11, вып. 2, 2016 г., стр. 210-217 / Akhmetov A.T., Valiev A.A. et al. Microfluidics of blood in blood vessels stenosis. Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics, vol. 11, issue 2, 2016, pp. 210-217 (in Russian).
- [6] Балабанов А.В., Касимов А.М. Разработка и исследование рабочих характеристик микроструйного генератора Датчики и системы, вып. 7-8, 2019 г., стр. 34-40 / Balabanov A. V., Kasimov A. M. Development and investigation tests of microfluidic generator. Sensors and Systems, issue 7-8, 2019, pp. 34-40 (in Russian).
- [7] Солнышкина О.А., Батыршин Э.С., Питюк Ю.А. Исследование гидродинамических потоков в микромоделях сред с двойной пористостью. Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа, вып. 4, 2021 г., стр. 9-18 / Solnyshkina O.A., Batyrrshin E.S., Pityuk Y.A. Investigation

- of hydrodynamic flows in micromodels of double porosity media. *Fluid Dynamics*, vol. 56, issue 4, pp. 451-459.
- [8] Гаряев А.Б., Прун О.Е., Клименко А.В. Определение оптимального соотношения характеристик микроканальных теплообменных аппаратов. *Теплофизика и аэромеханика*, том 22, вып. 6, 2015 г., стр. 751-760 / Garyaev A.B., Prun O.E., Klimentko A.V. Evaluation of Optimal Thermal-Hydraulic Characteristics Ratio in Microchannel Heat Exchangers. *Thermophysics and Aeromechanics*, vol. 22, issue 6, 2015, pp. 723-732 (in Russian).
- [9] Филимонов С.А., Дектерев А.А. и др. Моделирование сопряженного теплообмена в системе микроканалов при помощи гибридного алгоритма. *Сибирский журнал индустриальной математики*, том 18, вып. 3, 2015 г., стр. 86–97 / Filimonov S.A., Dekterev A.A. Simulation of conjugate heat transfer in a microchannel system by a hybrid algorithm. *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, vol. 9, issue 4, 2015, pp. 469-479 (in Russian).
- [10] Korepanov M.A., Koroleva M.R., Mitrukova E.A. Numerical Investigation of Flows with Condensation in Micronozzles. *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 2057, 2021, article no. 012016, 6 pp.
- [11] Barrot C., Colin S. Design of Tree-Shaped Microchannel Networks Submitted to Simultaneous Pressure Driven and Electro-Osmotic Flows. In *Proc. of the 10th International Conference on Nanochannels, Microchannels and Minichannels*, 2012, pp. 113-121.
- [12] Lobasov A.S., Shebeleva A.A., Minakov A.V. The Study of Ethanol and Water Mixing Modes in the T-shaped Micromixers. *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*, vol. 12, issue 2, 2019, pp. 202–212.
- [13] Shershnev A.A., Kudryavtsev A.N. Numerical simulation of particle beam focusing in a supersonic nozzle with rectangular cross-section. *Journal of Physics. Conference Series*, vol. 1404, 2019, article no. 012042, 4 p.
- [14] Korepanov M.A., Koroleva M.R. et al. Nonlinear Effects of Krypton Flow in a Micronozzle with a Cylindrical Tube. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, vol. 18, issue 3, 2022, pp. 411-422.
- [15] Nechay A.N., Perekalov A.A. et al. Emission properties of targets based on shock waves excited by pulsed laser radiation. *Optics & Laser Technology*, vol. 142, 2021, article no. 107250.
- [16] Корепанов М.А., Морар Г., Альес М.Ю. Моделирование гомогенной конденсации криптона в сверхзвуковом сопле. *Химическая физика и мезоскопия*, том 22, вып. 2, 2020 г., стр. 155-163 / Korepanov M.A., Morar G., Alies M.Yu. Modeling of Homogeneous Condensation of Krypton in the Supersonic Nozzle. *Chemical physics and mesoscopy*, vol. 22, issue 2, 2020, pp. 155-163 (in Russian).
- [17] Рабинович В.А., Вассерман А.А. и др. Теплофизические свойства неона, аргона, криптона и ксенона. М., Изд-во стандартов, 1975 г., 636 стр. / Rabinovich V.A., Vasserman A.A. et al. Thermophysical properties of neon, argon, krypton and xenon. М., Publishing house of standards, 1975, 636 p. (in Russian).
- [18] R.C. Reid, Prausnitz J.M., Sherwood T.K. *The Properties of Gases and Liquids*. McGraw-Hill, 1977, 688 p.
- [19] Chernova A.A. Validation of RANS turbulence models for the conjugate heat exchange problem. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, vol. 18, issue 1, 2022, pp. 61-82.

Информация об авторах / Information about authors

Екатерина Александровна МИТРЮКОВА – аспирантка кафедры «Тепловые двигатели и установки». Сфера научных интересов: математическое моделирование, газовая динамика.

Ekaterina Alexandrovna MITRYUKOVA is a post-graduate student of the Department of Heat Engines and Installations. Research interests: mathematical modeling, gas dynamics.