



Моделирование русловых процессов в створе канала

¹ И. И. Потапов, ORCID: 0000-0002-3323-2727 <potapov2i@gmail.com>

² Д. И. Потапов, ORCID: 0000-0001-6394-228X <potapovdi9@mail.ru>

¹ Вычислительный центр Дальневосточного отделения Российской академии наук,
г. Хабаровск, Россия

² Институт горного дела Дальневосточного отделения Российской академии наук,
г. Хабаровск, Россия.

Аннотация. Сформулирована математическая модель эрозии берегового склона песчаного канала, происходящей под действием проходящей паводковой волны. Модель включает в себя уравнение движения квазиустановившегося гидродинамического потока в створе канала. Движение донной и береговой поверхности русла определяется из решения уравнения Экснера, которое замыкается оригинальной аналитической моделью движения влекомых наносов. Модель не содержит в себе феноменологических параметров, учитывает транзитные, гравитационные и напорные механизмы движения донного материала. Движение свободной поверхности гидродинамического потока определяется из интерполяции экспериментальных данных. Модель учитывает изменения средней по створу турбулентной вязкости при изменении створа канала. Исследовано влияние квазиустановившегося гидродинамического потока на потерю массы в створе канала. Введен критерий для определения неравновесности руслового потока. Показано, что для моделирования деформаций створа в данном случае необходимо учитывать ненулевой градиент движения наносов вдоль оси канала. Проведены численные расчеты, демонстрирующие качественное и количественное влияние данных особенностей на процесс определения турбулентной вязкости потока и эрозию берегового склона русла. Сравнение данных по береговым деформациям, полученных в результате численных расчетов, с известными лотковыми экспериментальными данными показало их хорошее согласование.

Ключевые слова: русловые процессы; деформации дна; створ канала; эрозия берегового склона; метод конечных элементов.

Для цитирования: Потапов И. И., Потапов Д. И. Моделирование русловых процессов в створе канала. Труды ИСП РАН, том 35, вып. 4, 2023 г., стр. 187–196. DOI: 10.15514/ISPRAS–2023–35(4)–11.

Modeling of Channel Processes in a Channel Cross Section

¹ I. I. Potapov, ORCID: 0000-0002-3323-2727 <potapov2i@gmail.com>

² D. I. Potapov, ORCID: 0000-0001-6394-228X <potapovdi9@mail.ru>

¹ Computing Center of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences,
Khabarovsk, Russia

² Institute of Mining, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences,
Khabarovsk, Russia.

Abstract. An erosion mathematical model of a sand channel coastal slope, which occurs under the influence of passing flood wave, is formulated. The model includes the equation of motion of a quasi-steady hydrodynamic flow in the channel section. The movement of the bottom and bank surface of the channel is

determined from the solution of the Exner equation, which is closed by an original analytical model of the movement of traction sediments. The model takes into account transit, gravitational and pressure mechanisms of movement of bottom material, and does not contain phenomenological parameters. The movement of the free surface of a hydrodynamic flow is determined from the interpolation of experimental data. The model takes into account changes in the average turbulent viscosity along the alignment when the channel alignment changes. The influence of quasi-steady hydrodynamic flow on mass loss in the channel section was studied. A criterion has been introduced to determine the disequilibrium of the channel flow. It is shown that to model channel deformations in this case, it is necessary to take into account a non-zero gradient of sediment movement along the channel axis. Numerical calculations have been carried out demonstrating the qualitative and quantitative influence of these features on the process of determining the turbulent viscosity of the flow and the erosion of the coastal slope of the channel. Data comparison on coastal deformations obtained as a result of numerical calculations with known flume experimental data showed their good agreement.

Keywords: channel processes, bottom deformations of channel cross section, coastal slope erosion, finite element method.

For citation: Potapov I.I., Potapov D.I. Modeling of channel processes in a channel cross section. *Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS*, vol. 35, issue 4, 2023. pp. 187-196 (in Russian). DOI: 10.15514/ISPRAS-2023-35(4)-11.

1. Введение

Изучение процесса эрозии берегового склона песчаного канала под действием протекающей в канале воды является важной прикладной задачей. Первые попытки построения строгих математических моделей для определения формы поперечного сечения русла восходят к работам [1,2], в которых были предложены эвристические модели, позволившие получить качественные оценки изучаемого процесса. Дальнейшее развитие теории было связано с большим количеством экспериментальных работ [3 - 6]. Были предложены математические модели, учитывающие различные механизмы переноса донного материала, путем влечения по дну, взвешивания частиц донного материала в речном потоке и лавинного движения донных частиц при обрушении берегов [4,7]. Однако, применение феноменологических формул транспорта донного материала позволило лишь качественно описывать процессы береговой эрозии. В работе [8] были предложены и развиты [9] аналитические формулы транспорта донного материала, не содержащие в себе феноменологических коэффициентов. В работах [10,11] предложены математические модели для изучения процессов береговых деформаций русла при постоянном расходе речного потока.

В данной работе предложена математическая модель задачи о развитии процесса эрозии берегового склона с учетом возможного изменения расхода транзитных наносов во времени. Поскольку характерное время установления гидродинамических параметров потока много меньше характерного времени изменения его расхода [9,11], гидродинамический поток описывается в рамках квазистационарного приближения. Однако предлагаемая модель может учитывать потерю массы в створе канала за счет введения поправки на ненулевой градиент транзитного расхода вдоль оси канала.

Турбулентная вязкость потока изменяется во времени из-за изменений геометрии расчетной области, уровня свободной поверхности потока и расхода потока. Для описания изменения донных и береговых отметок русла используется аналитическая модель движения наносов, предложенная в работах [9,11].

Для численного решения задачи предложен алгоритм, основанный на методе конечных элементов. Выполнено сравнение результатов расчетов береговых деформаций с известными экспериментальными данными, [4,6,8] показавшее их хорошее согласование.

2. Математическая постановка задачи гидродинамики

Рассмотрим задачу об эрозии берегового склона песчаного канала, трапециевидного в начальный момент времени, геометрия которого схематично представлена на рис 1. Русло

$$u = 0, \quad z \in \Gamma_1, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad y, z \in \Gamma_2, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad z, y \in \Gamma_3, \quad (4)$$

$$\mu_t = \mu_0, \quad y, z \in \Omega \quad (5)$$

Уравнения (3)–(4) замыкаются начальными

$$\zeta(0, y) = \zeta_0(y), \quad 0 \leq y \leq L, \quad t = 0, \quad (6)$$

и граничными условиями

$$\frac{\partial \zeta(t, 0)}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \zeta(t, L)}{\partial y} = 0, \quad 0 \leq t \leq T_p \quad (7)$$

Постановка (1)–(8) замыкается дополнительными зависимостями

$$\int_{\Omega} u(\mu_t) d\Omega - Q_m = 0, \quad (9)$$

$$T_{xy} = \mu_t \frac{\partial u}{\partial y}, \quad T_{xz} = \mu_t \frac{\partial u}{\partial z}, \quad T = T_{xy} n_y + T_{xz} n_z, \quad (10)$$

Параметры аналитической модели для расходов донного материала (3) определяются следующими зависимостями [9]:

$$A = \frac{G_1 P}{\cos \gamma (1 - |\tan \gamma|^2 / (\tan \varphi)^2)}, \quad B = \frac{G_1 P}{\tan \varphi \cos \gamma (1 - |\tan \gamma|^2 / (\tan \varphi)^2)},$$

$$D = \frac{4 G_1 P}{5 \cos \gamma}, \quad G_1 = \frac{4}{3 \kappa \sqrt{\rho_w} (\rho_s - \rho_w) g (\tan \varphi)^2},$$

$$T_c = T_0 \cos \gamma \left(1 - \frac{|\tan \gamma|}{\tan \varphi} \right), \quad \tan \gamma = \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \quad \cos \gamma = 1 / \sqrt{1 + \left(\frac{d \zeta}{d y} \right)^2},$$

$$T_0 = \frac{9}{8} \frac{\kappa^2 (\rho_s - \rho_w) g d_{50} \tan \varphi}{c_x}, \quad P = T \max(0, \sqrt{|T|} - \sqrt{T_c}),$$

где $u = u(y, z)$ – осредненная скорость речного потока в створе канала Ω , J – уклон речного русла, g – ускорение свободного падения, $\eta = \eta(t)$, $\zeta = \zeta(t, y)$ – отметки свободной и донно-береговой поверхностей потока соответственно, μ_t – турбулентная вязкость потока, T_{0c} – критическое придонное касательное напряжение на ровном дне, ρ_w , ρ_s – плотность воды и песка соответственно, φ – угол внутреннего трения донных частиц, γ – острый угол между нормалью к поверхности дна и вертикальной линией, c_x – лобовое сопротивление частиц, d_{50} – средний диаметр донных частиц, Q_m – заданный расход потока, K – коэффициент Кармана, ζ_0 – отметки дна, μ_t – турбулентная вязкость потока, $s_f = f \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w}$, $f \approx 0.1$ – концентрация наносов в активном слое.

3. Неравновесные русловые процессы в створе канала

В качестве критерия неравновесного руслового процесса в створе канала можно принять интегральную формулу баланса массы

$$\Delta_{\Omega} = \frac{\rho_s \Omega_s - \rho_s \Omega_e}{\rho_s (\Omega_s)} 100\% = \frac{\Omega_e - \Omega_s}{\Omega_s} 100\% \quad (11)$$

где Ω_e , Ω_s - площади размыва и намыва донного материала в створе канала соответственно. Нулевое значение Δ_{Ω} указывает на протекание руслового процесса в равновесном состоянии, при $\Delta_{\Omega} > 0$ происходит заиливание створа, а при $\Delta_{\Omega} < 0$ его размыв. Отметим, что критерий (11) зависит от временного периода, на котором он определяется, поэтому для сравнения двух экспериментов с различными периодами наблюдения разумно использовать относительный критерий неравновесного руслового процесса

$$Q_{\Omega} = \frac{\Delta_{\Omega}}{T_p} \quad (12)$$

Данный критерий определяет процентный расход объема в единицу времени, характерный для данного эксперимента.

4. Верификация модели

Для численного решения задач использовался метод и алгоритм, описанный в работе [12]. Для верификации предложенной математической модели (1)-(7) было решено три задачи. Во всех трех задачах экспериментальные результаты, приведенные на рис. 2-4, обозначаются точечными множествами.

В первой задаче рассматривалась деформация донной поверхности затопленного трапециевидного канала. Сравнение вычисленных и экспериментальных отметок донной поверхности приведены на рис.2. Кривой 1 показана начальная геометрия трапециевидного канала [8], кривыми 2-4 эволюция профиля берегового откоса в моменты времени $t = 0.3$, $t = 2.5$, $t = 5.54$ секунд соответственно, при постоянном расходе 112 л/с и уровне свободной поверхности $\eta = 0.25$ м. Отметим, что экспериментаторам удалось с высокой степенью точности стабилизировать поток, потеря массы в сечении в данном эксперименте не превышает $\Delta_{\Omega} \sim 3.5\%$. При решении данной задачи величина G_x принималась постоянной.

Во второй задаче рассматривалась деформация донной поверхности трапециевидного канала при уровне свободной поверхности потока, равном бровке берегового склона [8]. Расчет второй задачи выполнялся с параметрами экспериментальной работы [4], а полученные результаты сравнивались с экспериментальными данными данной работы. На рис. 3 кривой 1 показана начальная геометрия трапециевидного канала [4], кривой 2 – форма донной поверхности на момент времени $t = 600$ минут. В отличие от предыдущей задачи в данном примере, русловой процесс рассматривается на длительном периоде времени $t = 600$ минут, поэтому, не смотря на то, что критерий Δ_{Ω} в данном примере имеет значимую величину достигая 23%, величина $Q_{\Omega} = 6.4 \cdot 10^{-4}$ мала, а следовательно в эксперименте [4] экспериментаторам удалось сформировать установившийся русловой поток с более высокой степенью точности, чем в работе [8].

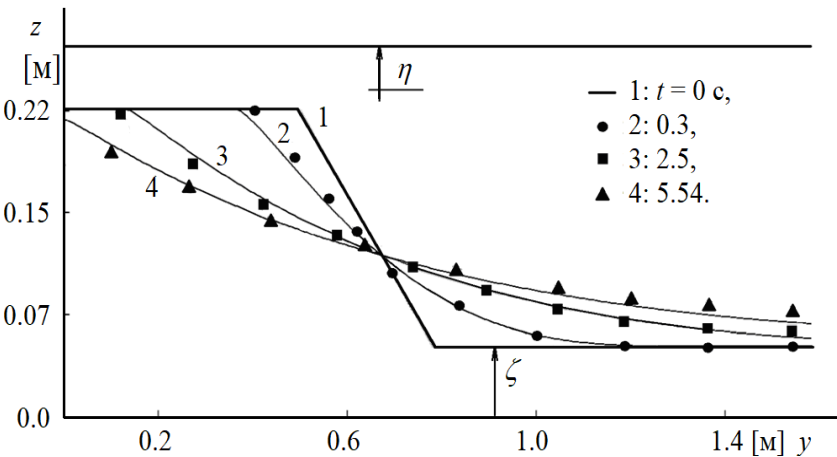


Рис. 2. Изменение геометрии канала во времени, сравнение с результатами работы [8]
Fig. 2. Change in channel geometry over time, comparison with the results of [8]

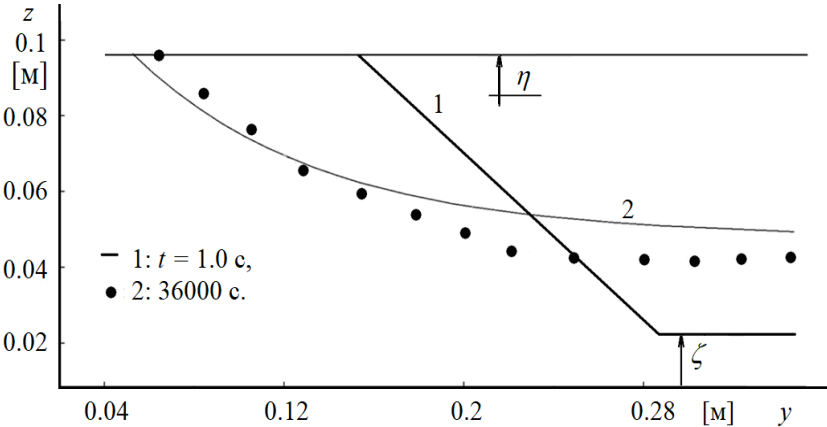


Рис. 3. Изменение геометрии канала во времени, сравнение с результатами работы [4]
Fig. 3. Change in channel geometry over time, comparison with the results of [4]

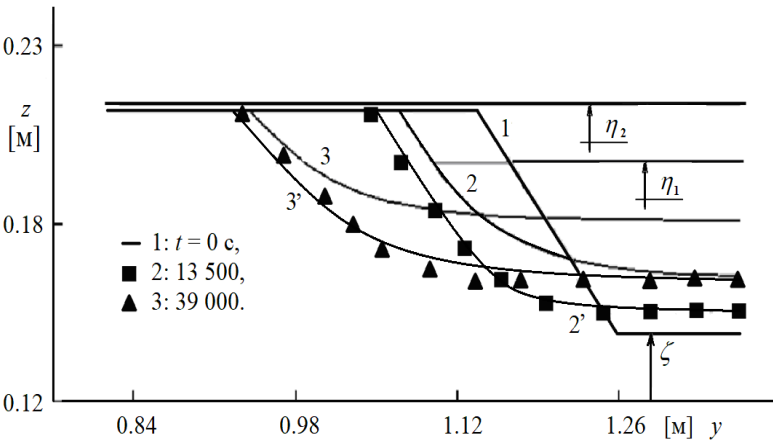


Рис. 4. Изменение геометрии канала во времени, сравнение с результатами работы [6]
Fig. 4. Change in channel geometry over time, comparison with the results of [6]

К сожалению, отсутствие промежуточных отметок донной поверхности не позволяет построить зависимость (13) для внесения поправок на градиент продольных наносов и при решении данной задачи величина G_x принималась постоянной.

В третьей задаче эволюция берегового откоса происходила при переменных расходе и уровне свободной поверхности [6]. Согласно работе [6] глубина потока в начальный момент времени составляет 0.06 м, в момент времени $t = 225$ минут глубина потока у стенки в течении минуты была изменена, достигнув значения 0.066 м.

Развитие донной поверхности в створе канала на первом этапе $t < 225$ мин. происходило под воздействием установившегося гидродинамического потока с расходом 11,9 л/с. На втором этапе расход потока достигал 16,3 л/с. Горизонтальной штрихпунктирной линией на рис. 4. обозначена свободная поверхность потока в момент времени $t = 650$ мин.

Сравнение вычисленных и экспериментальных отметок донной поверхности приведено на рис.4. Кривой 1 на рис. 4 показана начальная геометрия трапецевидного канала. Неразмываемая стенка трапецевидного канала находится справа у $y = 1.5$ м. Кривой 2 показана форма донной поверхности [6] на момент времени $t = 225$ минут, развившаяся из начальной геометрии дна (кривая 1).

Из анализа кривых 2-3 рис. 4 видно, что сравнение полученных расчетных отметок дна (кривые 2-3) с экспериментальными отметками дна по фронту берегового склона показывает их хорошее согласование, однако уровень средней отметки дна в расчетах существенно выше уровня полученных в экспериментах. Следовательно, несмотря на попытку экспериментаторов в работе [6] получить установившийся процесс береговых деформаций, баланс материала, сползающего с берегового откоса в основное русло канала, не соблюдается как на первом, так и на втором этапе деформации створа канала. Критерий неравновесности руслового процесса на первом этапе достигает $\Delta_{\Omega} = 700\%$. То есть отношение объема песка, смытого с берегового откоса (кривая 2) при размыве канала более чем в 7 раз превышает объем песка, перешедшего в ложе канала. В связи с этим определяемая критерием Q_{Ω} погрешность достигает значения $Q_{\Omega} = 0.05\%/с$, что на два порядка хуже, чем в работах Икеды [4] и соизмеримо с экспериментами Петрова [8]. На втором этапе параметр неравновесности руслового процесса понижается, достигая $\Delta_{\Omega} = 380\%$ и $Q_{\Omega} = 0.015\%/с$ соответственно. Оценка

$$\frac{\partial G_x}{\partial x} = (1 - \varepsilon) \frac{\zeta^E - \zeta^C}{T_p} \quad (13)$$

позволяет из экспериментальных данных в центре донной плоской части канала оценить среднее значение для неустановившегося градиента транзитного потока наносов на первом и втором этапе соответственно

$$\frac{\partial G_x}{\partial x} = (1 - 0.3) \frac{0.15 - 0.16}{13500} = -0.519 \cdot 10^{-6} \frac{м}{с}, \quad (14 а)$$

$$\frac{\partial G_x}{\partial x} = (1 - 0.3) \frac{0.16 - 0.18}{25500} = -0.549 \cdot 10^{-6} \frac{м}{с}. \quad (14 б)$$

Учет поправок (14) при расчете донных деформаций в третьей задаче позволяет существенно улучшить прогноз по вычисленным донным деформациям (кривые 2'-3' рис.4), показывая, что численное решение должно учитывать экспериментальные ошибки для правильного описания эволюции донной поверхности, полученной в данных экспериментах.

5. Результаты

В работе выполнен анализ применимости аналитической русловой модели для моделирования развития берегового откоса трапециевидного канала. Полученные результаты показывают, что при верификации математической модели донных деформаций в створе канала с установившимся русловым потоком необходимо учитывать точность, которая достигается экспериментаторами при выполнении требования к установлению потока вдоль оси канала. Если в эксперименте параметр Δ_{Ω} велик, то необходимо выполнить оценку градиента расхода транзитных наносов вдоль оси канала, а при получении для нее значимых значений использовать данную поправку при расчетах донных деформаций в створе канала.

Выполненные по предложенной модели расчеты показывают, что основным параметром, влияющим на эволюцию береговой линии, является диаметр донных частиц. Для более крупных частиц, использованных в экспериментах Икеды [4], был выполнен подбор больших значений коэффициента лобового сопротивления. Показано, что использованная при решении рассмотренных задач модель гидродинамики позволяет достаточно точно делать прогноз изменений береговой кромки канала.

Список литературы / References

- [1]. Glover R. E., Florey Q. L. Stable channel profiles // U. S. Bureau of Reclamation, Washington. 1951.
- [2]. Макавеев Н.И. Русло реки и эрозия в ее бассейне. М.: Издательство АН СССР, 1955, 348 p. / [2]. Makaveev N.I. River bed and erosion in its basin. M.: Publishing House of the USSR Academy of Sciences, 1955, 348 p. (in Russian).
- [3]. Ikeda S., Parker G., Saway K. Bend theory of river meanders. Part 1. Linear development // J. Fluid Mech. 1981. no. 112. P. 363–377.
- [4]. Ikeda S., Parker G., Kimura Y. Stable width and depth of straight gravel rivers with heterogeneous bed materials // J. Water resource research. 1988. Vol. 24, no. 5. P. 713–722.
- [5]. Parker G. Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed. Part 1. The sand-silt river // J. Fluid Mech. 1978. part 1, Vol. 89. P. 109–126.
- [6]. Pitlick J., Marr J., Pizzuto J. Width adjustment in experimental gravel-bed channels in response to overbank flows // Journal of geophysical research: Earth surface. 2013. Vol. 118. P. 553–570.
- [7]. Ikeda S. Stable channel cross-sections of straight sand rivers // J. Water Resources Res., 1991. Vol. 27, no. 9. P. 2429–2438.
- [8]. Петров П.Г. Движение сыпучей среды в придонном слое жидкости // ПМТФ, 1991. № 5. С. 72 — 75. / Petrov P.G. Movement of a granular medium in the bottom layer of liquid // PMTF, 1991. No. 5. P. 72 — 75. (in Russian).
- [9]. Петров А.Г., Потапов И.И. Избранные разделы русловой динамики // М.: Ленанд. 2019. 244 с. / Petrov A.G., Potapov I.I. Selected sections of channel dynamics // М.: Lenand. 2019. 244 p. (in Russian).
- [10]. Бондаренко Б.В., Потапов И.И. Моделирование эволюции поперечного сечения песчаного канала // Вычислительные технологии evolution of the cross section of the sand channel. 2009. Т.14, № 5. С. 1–14. / Bondarenko B.V., Potapov I.I. Modeling the evolution of the cross section of the sand channel // Computational technologies evolution of the cross section of the sand channel. 2009. T.14, no. 5. pp. 1–14. (in Russian).
- [11]. Потапов И.И., Бондаренко Б.В. Математическое моделирование эволюции берегового склона в каналах с песчаным руслом // Вычислительные технологии. 2013. Т.18, № 4. С. 25–36. / Potapov I.I., Bondarenko B.V. Mathematical modeling of the evolution of the coastal slope in channels with a sandy bed // Computational technologies. 2013. T.18, no. 4. pp. 25–36 (in Russian).
- [12]. Потапов Д. И., Потапов И.И. Развитие берегового откоса в русле трапециевидного канала/Компьютерные исследования и моделирование. 2022, Т. 14, № 3, С. 581–592/ Potapov D.I., Potapov I.I. Development of a coastal slope in the bed of a trapezoidal canal // Computer research and modeling. 2022, T. 14, No. 3, pp. 581–592 (in Russian).
- [13]. Гончаров В.Н. Динамика русловых потоков // Л.: Гидрометеиздат. 1962. с 367.
- [14]. Exner, F. M. (1920), Zur physik der du'nen, Akad. Wiss. Wien Math. Naturwiss. Klasse, 129(2a), 929 – 952.

Информация об авторах / Information about authors

Игорь Иванович ПОТАПОВ – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией вычислительной механики Вычислительного центра Дальневосточного отделения Российской академии наук с 2009 года. Сфера научных интересов: численные методы, русловые и гидродинамические процессы в равнинных реках.

Igor Ivanovich POTAPOV – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Laboratory of Computational Mechanics of the Computing Center of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences since 2009. Area of scientific interests: numerical methods, channel and hydrodynamic processes in lowland rivers.

Дмитрий Игоревич ПОТАПОВ – младший научный сотрудник, аспирант, Института горного дела Дальневосточного отделения Российской академии наук.

Dmitry Igorevich POTAPOV – junior researcher, postgraduate student, Institute of Mining, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences.

