



DOI: 10.15514/ISPRAS-2025-37(2)-13

О размыве дна, вызванном взвешенной турбулентной струей

¹ А.Г. Петров, ORCID: 0000-0002-0618-2285 <petrovipmech@gmail.com>

² И. И. Потапов, ORCID: 0000-0002-3323-2727 <potapov2i@gmail.com>

¹ Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
Россия, 119526, Москва, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1.
² ВЦ ДВО РАН, Россия, 680000, Хабаровск, ул. Ким Ю Чена, д. 65.

Аннотация. В работе рассмотрена задача о воздействии турбулентной струи, на размываемое дно. Предложена математическая модель задачи, включающая уравнения Рейнольдса, уравнения переноса кинетической энергии, диссипации турбулентности, концентрации взвешенных частиц и уравнение русловых деформаций. Для описания изменений донной поверхности используется оригинальное уравнение донных деформаций, построенное на основе аналитической модели движения влекомых наносов. Предложен алгоритм решения задачи с помощью метода контрольных объемов. Численное моделирование задачи показало, что при размыве дна под воздействием турбулентной струи возникает характерная донная волна, параметры которой в области размыва, согласуются с известными экспериментальными данными.

Ключевые слова: русловые процессы; деформации дна; взвешенная струя; открытое программное обеспечение.

Для цитирования: Петров А.Г., Потапов И. И. О размыве дна, вызванном взвешенной турбулентной струей. Труды ИСП РАН, том 37, вып. 2, 2025 г., стр. 181–194. DOI: 10.15514/ISPRAS–2025–37(2)–13.

Благодарности: Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект No 23-71-10091).

On the Erosion of the Bottom Caused by a Suspended Turbulent Jet

¹A.G. Petrov, ORCID: 0000-0002-0618-2285 <petrovipmech@gmail.com>

²I.I. Potapov, ORCID: 0000-0002-3323-2727 <potapov2i@gmail.com>

¹Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS,
building 1, 101, Prospekt Vernadskogo, Moscow, 119526, Russia.

²Computing Center of the Far Eastern Branch of RAS,
65, Kim Yu-chen st., Khabarovsk, 680000, Russia.

Annotation. The paper considers the problem of the impact of a turbulent jet on an eroding bottom. A mathematical model of the problem is proposed, including the Reynolds equations, kinetic energy transfer equations, turbulence dissipation, suspended particle concentrations and the equation of channel deformations. To describe changes in the bottom surface, an original equation of bottom deformations is used, constructed on the basis of an analytical model of the movement of traction sediments. An algorithm for solving the problem using the control volume method is proposed. Numerical modeling of the problem showed that when the bottom is eroded under the influence of a turbulent jet, a characteristic bottom wave arises, the parameters of which in the erosion region are consistent with known experimental data.

Keywords: channel processes; bottom deformations; suspended jet; open-source software.

For citation: Petrov A.G., Potapov I.I. On the erosion of the bottom caused by a suspended turbulent jet. *Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS*, vol. 37, issue 2, 2025. pp. 181-194 (in Russian). DOI: 10.15514/ISPRAS-2025-37(2)- 13.

Acknowledgements. The research was supported by the Russian Science Foundation, grant No. 23-71-10091.

1. Введение

Изучение конфигурации поля течения и донных деформаций, вызванных смещенной относительно дна горизонтальной струи, является предметом исследования многих исследователей на протяжении последней четверти века [1]. Результаты таких исследований применяются во многих инженерных приложениях. Например, при проектировании горелок, котлов, камер сгорания газовых турбин и систем впрыска топлива и т. д. [1-4]. Область их применения постоянно растет. Например, в данной работе рассматривается влияние плоской взвешенной струи на размыв дна, сложенного из несвязного донного материала. Появление таких задач связано с тем, что струи, создаваемые винтами больших судов, могут порождать придонные потоки [1, 4], движущиеся со скоростью от 1 до 4 м/с. Таким образом, донные отложения могут быть легко размывы, что приводит к образованию на дне донных волн, приводящих к непроектной эксплуатации акватории.

В работе предложена математическая модель задачи о развитии процесса эрозии дна, под действием горизонтальной взвешенной струи. Выполнено сравнение результатов расчетов локальных донных деформаций с известными экспериментальными данными, [7, 13]. Метод решения сформулированной задачи и алгоритм ее расчета реализован в рамках информационной системы «Амур», с открытым исходным кодом [14].

2. Математическая постановка задачи гидродинамики

Рассмотрим движение турбулентного потока, порождаемого в канале длиной L и начальной глубиной H , определяемого плоской взвешенной струей шириной b , втекающей в расчетную область через сопло на границе Γ_{in} со скоростью u_{in} . Ось сопла находится на расстоянии h от отметки невозмущенного дна канала. Порождаемый струей поток движется слева направо вдоль оси x . Дно канала Γ_{bed} сложено из несвязного (песчаного) материала под действием струи деформируется и приобретает геометрически сложную форму, изменяющуюся во

времени. На рис. 1 показана расчетная область задачи Ω , где Γ_{in} , Γ_{out} , Γ_{top} и Γ_{bed} – входная, выходная, верхняя и нижняя границы расчетной области соответственно.

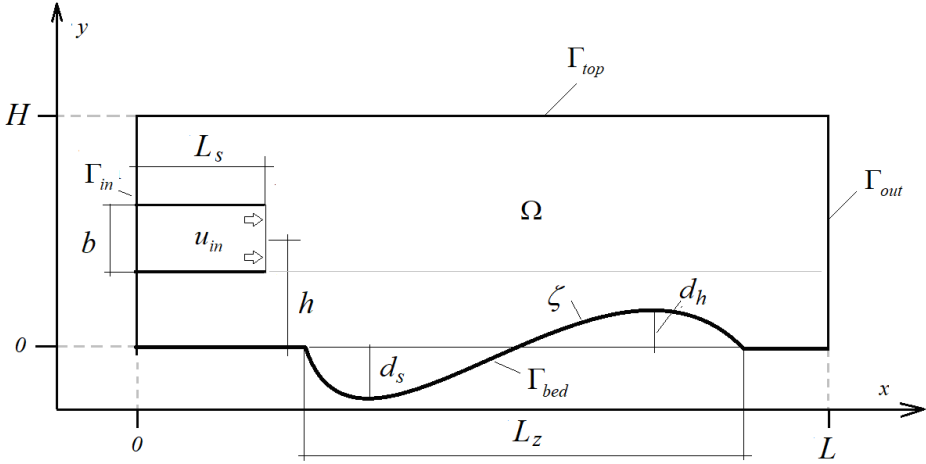


Рис. 1. Геометрия расчетной области Ω и ее границ Γ_k .
Fig. 1. Geometry of the computational domain Ω and its boundaries Γ_k .

Для описания движения осредненного гидродинамического потока воспользуемся уравнениями Рейнольдса [8, 9]

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \nabla \cdot \vec{T}, \quad (2)$$

$$\vec{T} = -\frac{P}{\rho_w} \vec{\delta} + \eta (\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T), \quad (3)$$

В уравнениях (1)-(3) ∇ – оператор Гамильтона, $\vec{u} = (u_x, u_y)$ – вектор осредненной по Рейнольдсу скорости потока, $\vec{\delta}$ – единичный тензор, $\vec{T}$ – тензор напряжений, t – временная координата, P – давление воды, ρ_w – плотность воды, $\eta = \eta_t + \eta_{mol}$ – приведенная кинематическая вязкость потока, состоящая из суммы турбулентной вязкости η_t и молекулярной вязкости потока $\eta_{mol} = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$. Для замыкания уравнений (1)-(3) и определения турбулентной вязкости потока η_t используется стандартная модель турбулентности $k - \varepsilon$ [8].

$$\frac{dk}{dt} = \nabla \cdot \left[\left(\frac{\eta_t}{\sigma_k} + \eta_{mol} \right) \nabla k \right] + P_k - \varepsilon, \quad (4)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \nabla \cdot \left[\left(\frac{\eta_t}{\sigma_\varepsilon} + \eta_{mol} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon), \quad (5)$$

$$\eta_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad P_k = \eta_t (\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T) : \nabla \vec{u}, \quad (6)$$

где k – кинетическая энергия турбулентности, ε – диссипация турбулентности, $\sigma_k = 1$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$, $C_\mu = 0.09$ – константы модели.

Расчетная область Ω снизу ограничена подвижной донной поверхностью $\zeta = \zeta(t, x)$, эволюция которой описывается следующим оригинальным уравнением [9]:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(G_0 B \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(G_0 \left(C \frac{\partial p}{\partial x} - G_0 A + G_{xs} \right) \right), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{где} \quad A &= \max(0, 1 - \Xi), \quad B = \frac{1}{\tan \varphi} \left(\frac{\Xi}{2} + A \right), \quad C = \frac{A}{s \tan \varphi}, \\ \Xi &= \sqrt{\frac{T_0}{|T|}}, \quad G_0 = \frac{4}{3} \frac{T_b^{3/2}}{(1 - \varepsilon_s)(\rho_s - \rho_w)g \tan \varphi \sqrt{\rho_w \kappa}}, \quad p = \frac{P_b}{\rho_w g}, \\ T_0 &= \frac{\alpha_0 \kappa^2 \tan \varphi}{c_x} (\rho_s - \rho_w)g d_{50}, \quad s = f \rho_b, \quad \rho_b = \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w}. \end{aligned}$$

Для определения расхода взвешенных наносов решалось уравнение концентрации [20]

$$\frac{dS}{dt} - \frac{\partial}{\partial y} [W_s S] = \nabla \cdot \left[\left(\frac{\eta_t}{\sigma_s} + \eta_{mol} \right) \nabla S \right], \quad (8)$$

$$G_{xs} = \int_{\zeta}^H S u_x dy, \quad (9)$$

с замыканием Ван-Рейна

$$S_{bed} = \frac{0.18}{D_b} \frac{\theta - \theta_c}{\theta_c} \begin{cases} 1, & \theta - \theta_c > 0 \\ 0, & \theta - \theta_c \leq 0 \end{cases}, \quad D_b = \left(\rho_b g \frac{d_{50}^3}{\eta_{mol}^2} \right)^{1/3}.$$

Здесь p – гидравлический напор, φ – угол внутреннего трения донных частиц под водой, T_b – придонное касательное напряжение, ρ_s – плотность песка, ε_s – пористость донного материала, g – ускорение свободного падения, K – параметр Кармана, T_0 – напряжение, определяющее начало движения донных частиц на ровном дне, $\alpha_0 = 9/8$ – параметр формы частиц [11], d_{50} – диаметр частиц, f – концентрация донных частиц в активном придонном слое, P_b – придонное напорное давление, C_x – коэффициент лобового сопротивления донных частиц.

Уравнения (2), (4), (5), (7), (8) замыкаются начальными условиями

$$\bar{u} = \bar{u}_0, \quad k = k_0, \quad \varepsilon = \varepsilon_0, \quad S = S_0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad \zeta = \zeta_0, \quad x \in \Gamma_{bed}, \quad (10)$$

и граничными условиями

$$\bar{u} = \bar{u}_{in}, \quad k = k_{in}(u), \quad \varepsilon = \varepsilon_{in}(k), \quad S = S_{in}, \quad (x, y) \in \Gamma_{in}, \quad (11)$$

$$\bar{u} = 0, \quad k = 0, \quad \varepsilon = 0, \quad S = S_{bed}, \quad (x, y) \in \Gamma_{bed}, \quad (12)$$

$$(\vec{n} \cdot \nabla) \bar{u} = 0, \quad \nabla k \cdot \vec{n} = 0, \quad \nabla \varepsilon \cdot \vec{n} = 0, \quad \nabla S \cdot \vec{n} = 0, \quad (x, y) \in \Gamma_{out} \bigcup \Gamma_{top}, \quad (13)$$

$$\zeta = \zeta_0, \quad x < x_0 \in \Gamma_{bed}, \quad (14)$$

$$B \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \left(A - C \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad x \in \Gamma_{in}, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0, \quad x \in \Gamma_{out}, \quad (15)$$

где $\vec{u}_0$, k_0 , ε_0 , ζ_0 – поля начальных значений для искоемых функций, $\vec{u}_{in}$, k_{in} , ε_{in} – искоемые функции на входе в область из сопла, b – ширина струи, h – расстояние между осью центра струи и линией невозмущенного дна.

ε_{in} – профили функций на входе в область, x_0 – координата границы между неразрываемым и размываемым участками дна.

Профили кинетической энергии и диссипации турбулентности на входе в область определяются следующим образом [9]: $k_{in} = 0.005u_{in}^2$, $\varepsilon_{in} = 0.1k_{in}^2$.

3. Дискретизация расчетной области

Для численного решения задачи (1)-(15) используется локально-ортогональная расчетная сетка, фрагмент сетки приведен на рис. 2. Для построения локально ортогональной сетки применяются однородные эллиптические уравнения [10] со скользящими узлами на донной поверхности

$$\begin{aligned} \alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \psi} + \omega \frac{\partial^2 x}{\partial \psi^2} &= 0, \\ \alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \psi} + \omega \frac{\partial^2 y}{\partial \psi^2} &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

где $0 \leq \xi$, $\psi \leq l$ – пространственная горизонтальная и вертикальная локальная координаты соответственно. В данных координатах строится вспомогательная расчетная сетка ξ_i , ψ_i для определения координат узлов x_i , y_i локально-ортогональной расчетной сетки. Коэффициенты α , β , ω определяются следующим образом

$$\alpha = \left(\frac{\partial x}{\partial \psi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \psi} \right)^2, \quad \beta = \frac{\partial x}{\partial \psi} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial y}{\partial \psi} \frac{\partial y}{\partial \xi}, \quad \omega = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2.$$

Пример получаемой локально-ортогональной контрольно-объемной сетки, полученной при деформации донной поверхности приведен на рис. 2с.

При решении эллиптических уравнений, искоемые сеточные неизвестные x_{ij} , y_{ij} на границах расчетной области Γ_{in} , Γ_{top} , Γ_{out} использовались граничные значения x , y , определенные по начальным фиксированным координатам узлов прямоугольной расчетной области $x_{ij} = x_{ij}^0$, $y_{ij} = y_{ij}^0$. При вычислении граничных координат x_{i0} , y_{i0} на границе подвижного дна

Γ_{bed} , на каждой итерации по нелинейности при решении уравнений (16) использовался следующий алгоритм коррекции координат x_{i0} , y_{i0} .

$$\vec{\tau}_i = \vec{X}_{i+1,0} - \vec{X}_{i-1,0}, \quad \vec{n}_i = \vec{X}_{i,1} - \vec{X}_{i,0}, \quad \Delta x = \delta \vec{\tau}_i \vec{n}_i, \quad x_{i0} = x_{i0} + \Delta x, \quad y_{i0} = \zeta(x_{i0}) \quad (17)$$

где $\vec{X}_{ij} = (x_{ij}, y_{ij})$ – искоемые значения координатных узлов [10], $\zeta = \zeta(x)$ – кубический сплайн донных отметок, создаваемый на основе расчетных данных, получаемых из решения уравнения (7), $0.05 < \delta < 0.1$.

4. Алгоритм решения уравнения донных деформаций

Для решения уравнений (1)-(3) и (4)-(6) в работе используется метод контрольных объемов, подробно описанный в работах [9, 11]. Контрольно-объемный дискретный аналог для уравнения (7), записанный в нотации Патанкара [9], имеет следующий вид

$$a_P \zeta_P = a_0 \zeta_P^n + (a_E \zeta_E + a_W \zeta_W) + S_P,$$

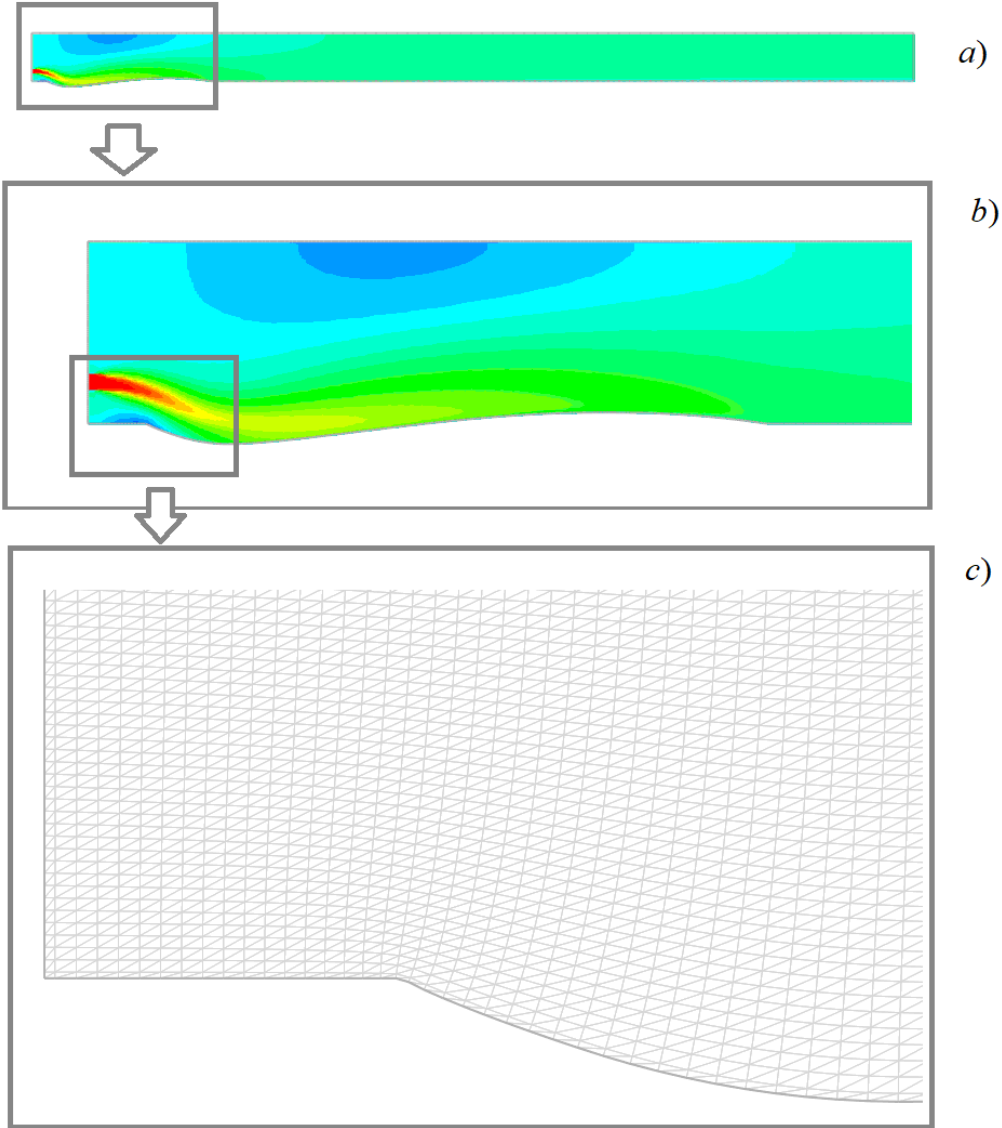


Рис. 2. Пример расчета с перестраиваемой ортогональной сеткой области.
Fig. 2. Example of calculation with a reconfigurable orthogonal grid of the area.

$$a_E = \frac{(G_0)_e B_e}{\Delta x_e}, \quad a_W = \frac{(G_0)_w B_w}{\Delta x_w}, \quad a_{P0} = \frac{\Delta x_P}{\Delta t}, \quad a_P = a_{P0} + a_E + a_W,$$

$$S_P = c_E p_E - c_P p_P + c_W p_W - ((q_0 A)_e - (q_0 A)_w) + \Delta x_P Q_P,$$

$$c_E = \frac{(G_0)_e C_e}{\Delta x_e}, \quad c_W = \frac{(G_0)_w C_w}{\Delta x_w}, \quad c_P = c_E + c_W,$$

$$\Delta x_e = x_{i+1} - x_i, \quad \Delta x_w = x_i - x_{i-1}, \quad \Delta x_P = 0.5(x_{i+1} - x_{i-1}),$$

$$\begin{aligned}
 (G_0)_e &= G_* \frac{(\tau_{i+1})^{3/2}}{(\cos \gamma)_e}, \quad (G_0)_w = G_* \frac{(\tau_i)^{3/2}}{(\cos \gamma)_w}, \\
 (\cos \gamma)_e &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\zeta_{i+1} - \zeta_i}{\Delta x} \right)^2}}, \quad (\cos \gamma)_w = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\zeta_i - \zeta_{i-1}}{\Delta x} \right)^2}}, \\
 A_e &= \max(0, 1 - \Xi_e), \quad B_e = \frac{1}{tg \varphi} \left(\frac{\Xi_e}{2} + A_e \frac{1+s}{s} \right), \quad C_e = \frac{A_e}{s tg \varphi}, \\
 G_* &= \frac{4}{3} \frac{(1-\varepsilon)^{-1}}{(\rho_s - \rho_w) g tg \varphi \sqrt{\rho_w \kappa}}, \quad \Xi_e = \sqrt{\frac{T_{*e}}{T_e}}, \quad \Xi_w = \sqrt{\frac{T_{*w}}{T_w}}, \\
 T_{*e} &= T_0 \left(1 + \frac{1}{\tan \varphi} \frac{\zeta_{i+1} - \zeta_i}{x_{i+1} - x_i} \right).
 \end{aligned}$$

Здесь N – количество узлов расчетной области, x_i , $i = 0..N$ – координаты узлов расчетной области, ζ_i , $i = 0..N$ – уровень донной поверхности, индекс P обозначает значение функции в центральной точке рассматриваемого контрольного объема, индексы W и E – в центральных точках контрольного объема, находящегося соответственно слева и справа от рассматриваемого, индексы w и e – на левой и правой гранях рассматриваемого контрольного объема соответственно.

Для определения придонных касательных напряжений в канале воспользуемся методом пристеночных функций [12]. Для этого рассмотрим течение в прилегающей ко дну ячейке с вертикальным сечением ячейки h_s . Средняя касательная скорость потока U_z в данной ячейке известна из решения задачи (1)-(3). Таким образом, можно вычислить динамическую скорость в придонной ячейке $u_\tau = \nu h^+ / h_s$ с помощью итерационной схемы [12], где h^+ определяется по методу Ньютона

$$h_{n+1}^+ = h_n^+ + \frac{F_* - F_n}{u_n^+}, \quad F_* = \frac{U_z h}{\nu}, \quad u_n^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{h_n^+}{0.13} \right), \quad F_n = \frac{h_n^+}{\kappa} \left(\ln \left(\frac{h_n^+}{0.13} \right) - 1 \right) - F_g$$

где n – временная итерация, $F_g = 73.50481$. Зная динамическую скорость в придонной ячейке, придонное касательное напряжение вычисляется по формуле [12]: $T = \rho_w u_\tau^2$.

5. Результаты численного моделирования

Для верификации предлагаемой модели (1)-(15) было выполнено решение нескольких тестовых задач, о воздействии взвешенной струи на несвязное размываемое дно. Расчеты проводилось при следующих физико-механических и гранулометрических параметрах [7]: $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\rho_s = 2650 \text{ кг/м}^3$, $c_x = 0.45$, $d_{50} = 0.71 \text{ мм}$, $\varepsilon_s = 0.375$, $b = 0.0266 \text{ м}$, $h = 1.5b$, $L = 3 \text{ м}$, $H = 8b$, $u_{in} = 1.08 \text{ м/с}$. Расчеты выполнялись на равномерных в начальный момент сетках с разрешением в 60×900 , 120×1800 , 180×2700 узлов. Различия в донных деформациях полученные на сетка 120×1800 , 180×2700 не превышали 3%, поэтому в качестве основной расчетной сетки была принята сетка 120×1800 .

Параметры κ и $tg \varphi$ в расчетах определялись по формулам [8].

$$\operatorname{tg} \varphi=1.15 d_{50}^{(1 / 7)}, \quad \kappa=\sqrt{\frac{c_x \theta_*}{\alpha_0 \operatorname{tg} \varphi}}, \quad \theta_*=0.047,$$

где θ_* – критическое значение числа Шильдса, $\alpha_0 \approx 1$ – форм фактор частиц.

Результаты одного из вариантов решения задачи (1)-(14) приведены на рис 3, 4. На рис. 3 представлены поля модуля скорости и функции тока.

На рис. 4 представлены донные профили (кривые 1-6) полученные под действием взвешенной струи в различные моменты времени. Их анализ (см рис. 4) показывает, что характер изменения максимальных отметок размыва донной поверхности качественно согласуется с экспериментальными данными [7]. Однако использование при моделировании донного размыва только уравнения русловых деформаций (7) без учета механизмов переноса наносов во взвешенном состоянии $G_{xs}=0$, приводит к значительному в несколько раз занижению глубины максимального размыва донной поверхности взвешенной струей. Это связано в первую очередь с низкими числами Рауза задачи $R_a \leq 2$, указывающим на необходимость учета в модели уравнения (8).

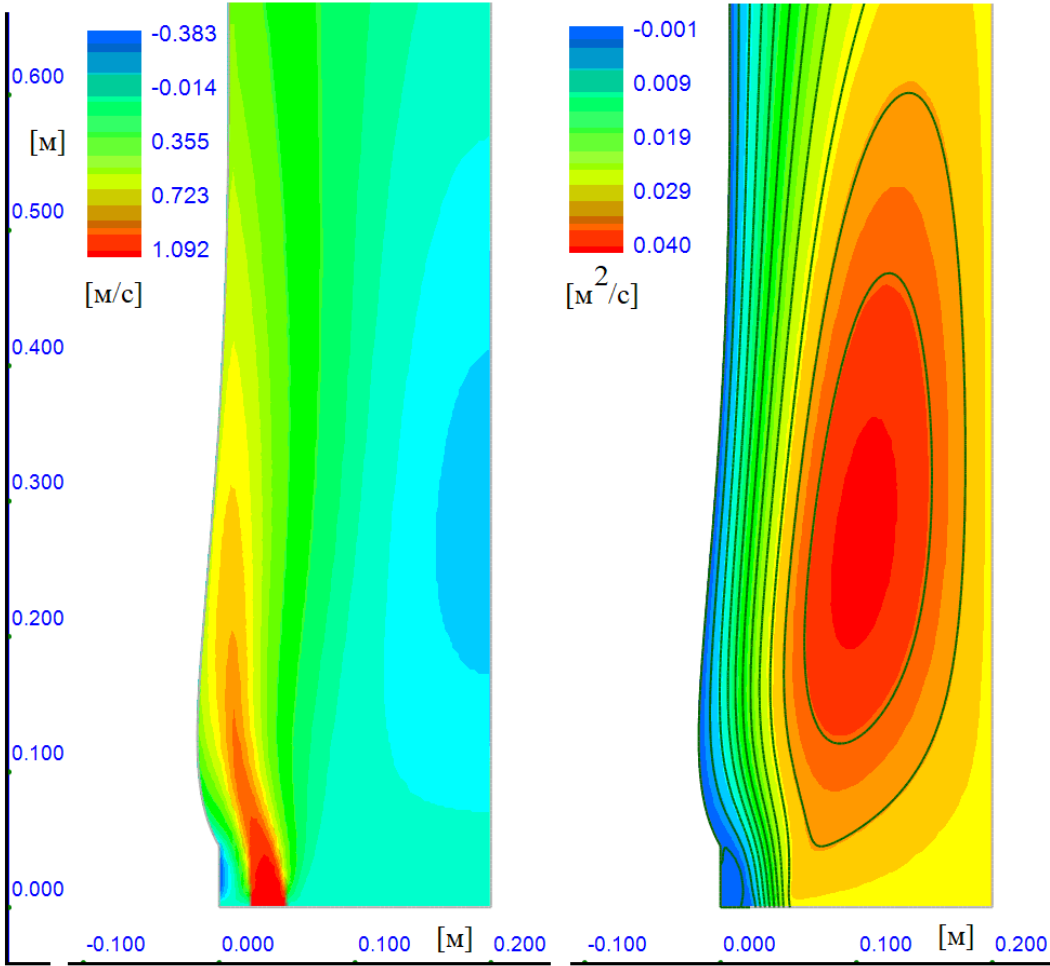


Рис. 3. Распределение поля модуля скорости и функции тока в окрестности сопла при $t=1200$ с.
Fig. 3. Distribution of the velocity module field and the current function
in the vicinity of the nozzle at $t=1200$ s.

Использование полной модели донных деформаций с учетом уравнений (8)-(9) позволили протестировать модель на решении задачи со следующими параметрами [13]:

$$h = 0.0515 \text{ м}, b = 0.0117 \text{ м}, L = 3 \text{ м}, H = 90 \text{ м}, u_{in} = 0.61 \text{ м/с}, d_{50} = 0.00022 \text{ м}, L_s = 0 \text{ м}.$$

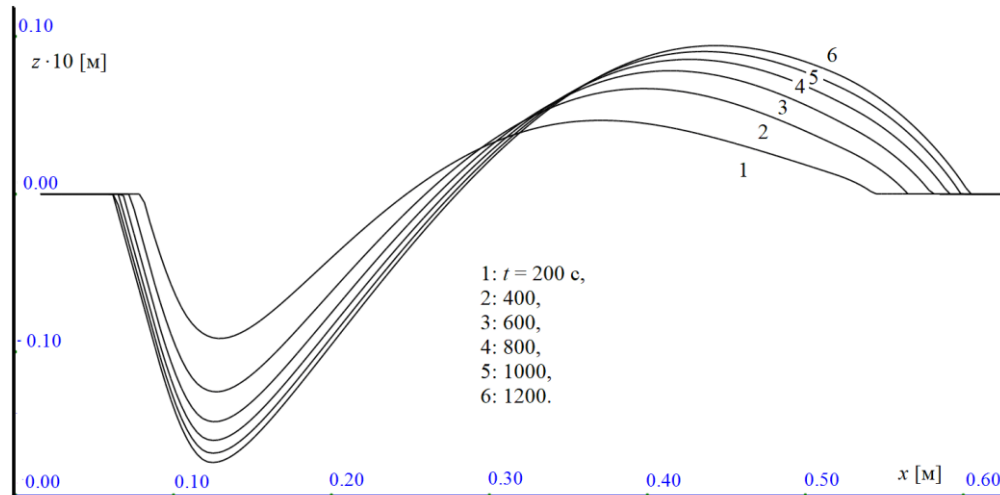


Рис. 4. Развитие поверхности дна при локальной эрозии $h = 1.5b_0$.
Fig. 4. Development of the bottom surface during local erosion $h = 1.5b_0$.

Результаты моделирования, представленные на рис. 5 профилями донных отметок в различные моменты времени (кривые 1-7), показывают, что в условиях локального размыва предложенная модель (1)-(15) демонстрирует хорошее согласование вычисленных и экспериментальных данных в промоине. Рассогласование расчетных и экспериментальных данных не превышает 15% на всем протяжении численного эксперимента. Однако в области намыва, расчетные и экспериментальные результаты имеют существенное (до двух раз) расхождение.

Экспериментаторы [13] указывают, что взвешенная струя создает подпор напорного склона намываемой дюны, уклон которой за счет этого эффекта превышает угол естественного откоса донного материала. Некоторую настороженность в связи с этим вызывает таблица углов естественного откоса частиц φ , приведенная в работе [13] в которой из трех фракций использованных авторами наиболее мелкие частицы имеют максимальный угол естественного откоса, достигающий у частиц $d_{50} = 0.00022 \text{ м}$, $\varphi = 36.5^\circ$, который уменьшается с ростом диаметра частиц. Эта зависимость противоречит используемой в модели формуле $\tan \varphi = 1.15 d_{50}^{(1/7)}$, подтвержденной многочисленными экспериментами [14]. Возможно, авторы работы [14] привели «фиктивные» углы уклоны донной волны, возникающие в связи с подпором донных частиц на склоне восходящей вдоль склона струей. Однако это не объясняет возникновение аналогичных уклонов на подветренной стороне донной волны. С другой стороны, возможно искусственная диффузия выбранного численного метода, не позволяется образоваться отрывному течению за гребнем донной волны которое возможно смогло бы поддерживать высокий угол откоса с подветренной стороны дюны. Экспериментаторы не указывают нам на наличие такого обратного течения за донной волной, поэтому вопрос повышенной крутизны намываемой донной волны на наш взгляд требует дополнительного исследования.

Необходимо отметить трудности, возникающие при моделировании данной задачи предложенным методом. Так, при углублении каверны размыва ее подветренная сторона движется к границе Γ_{in} , поскольку граничные узлы (на Γ_{in}) не являются скользящими, при полном размыве горизонтального участка дна под струей расчетная сетка перестает быть

ортогональной и расчет задачи приходится прекращать. Попытка использования скользящих узлов на стенке Γ_{in} привела к возникновению нефизичных пульсаций потока, связанных с трудностями в формировании граничных условий для взвешенной струи, когда фиксированную геометрию щели (область втекания струи) необходимо интерполировать на движущуюся во времени сетку границы.

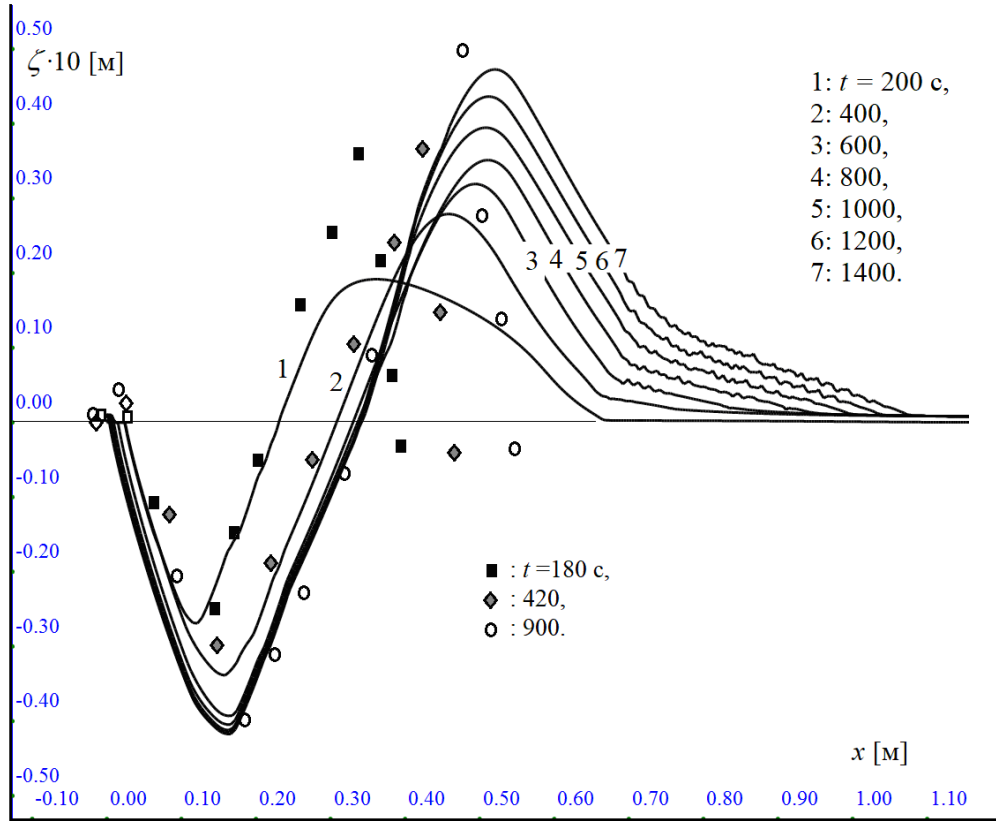


Рис. 5. Развитие донной поверхности при локальном размыве струей, взвешенной на высоту $h = 4.5b$. Сравнение расчетных (кривые 1-7) донных отметок с лотковыми экспериментальными данными (точечные множества), приведенными в работе [13].

Fig. 5. Development of the bottom surface during local erosion by a jet suspended at a height of $h = 4.5b$. Comparison of calculated (curves 1-7) bottom marks with experimental flume data (point sets) given in the work [13].

Для преодоления этого недостатка была рассмотрена задача с выносом струи на расстояние L_s в расчетную область (рис. 1). Вынос струи позволяет увеличить плоскую размываемую площадку дна под струей. Кроме того, вынос струи в расчетную область физически более оправдан при моделировании воздействия струй, порождаемых корабельными винтами.

В расчетах с выносом геометрия сетки в расчетной области замораживалась на высоте h при решении системы уравнений (16). Это делалось во избежание искривления канала при выносе струи в расчетную область, связанного с изменением геометрии сетки в расчетной области при возникновении донных деформаций. В расчетах на верхней и нижней границах выносимой струи задавались условия прилипания. Для самой струи выполнялись условия (11).

Результаты расчетов деформации донной поверхности для задачи с параметрами предыдущего примера, представленные на рис. 6 – 7.

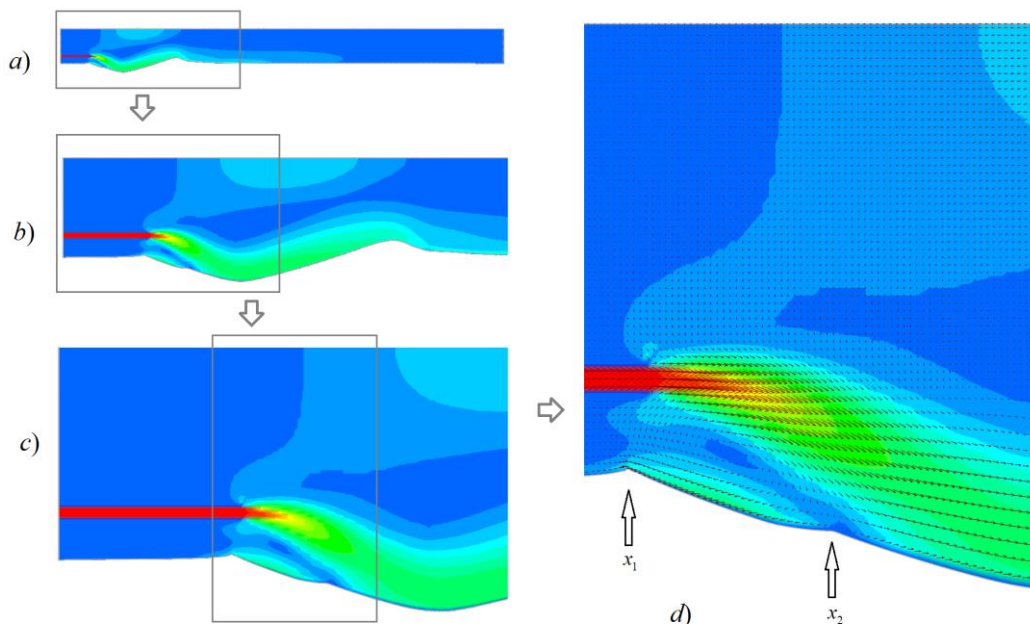


Рис. 6. Распределение поля модуля скорости (при $t = 1200$ с) в районе сопла, представленное в разных масштабах (a-d). На рис. d показаны характерные изломы донной поверхности, возникающие под влиянием подструйного вихря.

Fig. 6. Distribution of the velocity modulus field (at $t = 1200$ s) in the nozzle region, presented in different scales (a-d). Fig. d shows characteristic fractures of the bottom surface that arise under the influence of the underjet vortex.

Анализ полученных решений показал, что характер деформаций донной поверхности при их решении имеет как количественные, так и качественные отличия. Характер донных деформаций на начальном периоде времени, примерно до 400 с. в обеих задачах, отличается не более чем на 15%. Однако, уже на этом этапе гидродинамический характер потока под струей имеет значительные отличия, поскольку размер вихря обратного тока во втором случае существенно превышает таковой в задаче без выноса. При достижении максимальной глубины размыва, близкой к $2b$, в задаче с выносом струи происходят смещения области прижатия струи ко дну вверх по потоку. Смещение места присоединения струи вверх по потоку, вероятно, происходит из-за усиления под ней вихря обратного тока. В результате на дне образуется характерный перелом донной поверхности в области присоединения потока (рис. 6. c, d). В дальнейшем, в задаче с выносом струи существенно ускоряется размыв донной поверхности, как по фронту, так и в глубину.

Так, на 15 минуте размыва глубина каверны в задаче с выносом достигает глубины, полученной в работе [13] только через 30 минут с начала размыва. Поскольку в задаче с выносом струи фронт донной волны движется даже несколько быстрее, чем в задаче без выноса, ее результаты по длине донной волны еще больше не согласуются с данными работы [13]. Однако, поскольку полученный в расчетах напорный и подветренный склон донной волны близок к углу естественного откоса, авторы полагают, что полученное решение является физически более правдоподобным, чем уклоны, полученные в работе [13]. Неясным остается факт быстрого осаждения всех взвешенных частиц на подветренном склоне донной волны ниже по потоку, приведенный в работе [13]. Частицы, используемые в эксперименте [13], относятся к мелким пескам, обладающим относительно небольшими значениями гидравлической крупности, следовательно, за гребнем донной волны вниз по потоку должен быть шлейф их выпадения, сглаживающий подошву подветренного склона.

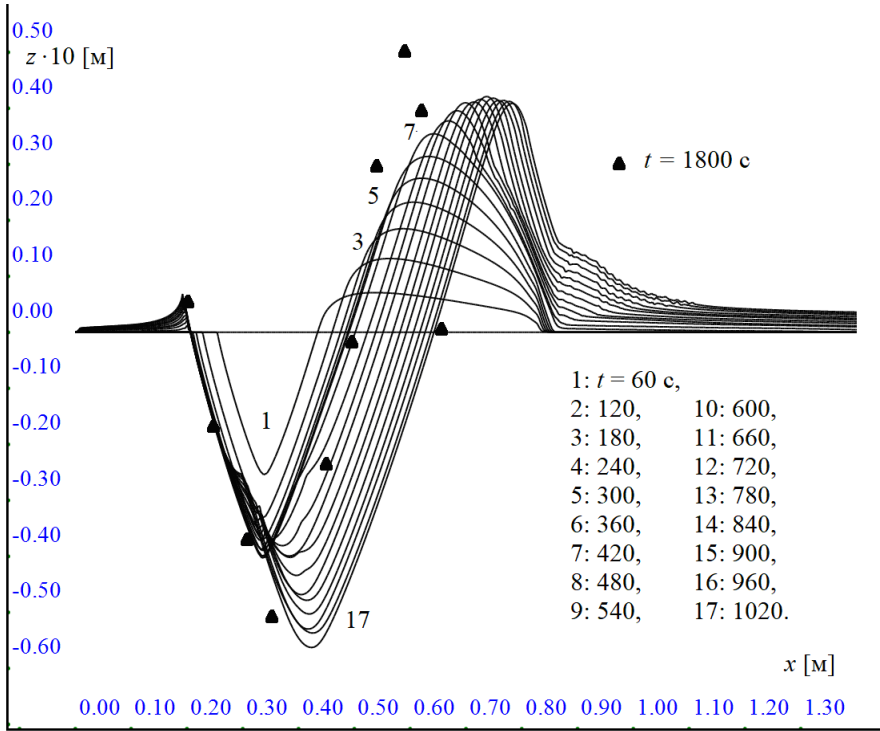


Рис. 7. Развитие донной поверхности при локальном размыве струей, взвешенной на высоту $h = 4.5b$ с выносом в область $L_s = 0.2$ м.

Fig. 7. The development of the bottom surface during local erosion by a jet suspended at $h = 4.5b$ height with removal to the $L_s = 0.2$ m region.

Закключение

1. Из полученных результатов следует, что предложенная математическая модель позволяет делать достаточно точный прогноз изменения максимальной глубины размыва дна.
2. Решения двух задач, с выносом и без выноса взвешенной струи в расчетную область, показывают наличие качественных различий в получаемых результатах, из чего следует, что при прогнозировании влияния струй от корабельных винтов использование постановки без выноса струи может давать заниженные значения максимальных размывов донной поверхности.
3. Для повышения прогностической ценности предложенных моделей и ее дополнительной калибровки необходимо выполнение ее верификации на более обширном экспериментальном материале.

Список литературы / References

[1]. B. M. Sumer, J. Fredsoe, *The Mechanics of Scour in the Marine Environment*//World Scientific, River Edge, NJ, 2002, pp. 101 -103.
[2]. A. Nasr, J. C. S. Lai *A turbulent plane offset jet with small offset ratio*// Springer-Verlag. *Experiments in Fluids*. 1998, Vol. 24, pp. 47-57.
[3]. Chen Fu, Mesbah Uddin, Alex Curley. *Insights derived from CFD studies on the evolution of planar wall jets*, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 2016. Vol.10:1, pp. 44-56.

- [4]. Yonggang Cui, Wei Haur Lam, Tianming Zhang, Chong Sun, Gerard Hamill. Scour Induced by Single and Twin Propeller Jets//J. Water. 2019, Vol. 1097, N. 11, pp. 2-19.
- [5]. Longe, P. Hebert, and R. Byl, "Erosion problems at existing quay constructions due to bow thrusters and main propellers of ships when berthing or leaving, «in Bulletin of the Permanent International Association of Navigation Congresses [PIANC], 1987.
- [6]. Maoxing Wei, Yee-Meng Chiew, Nian-Sheng Cheng. Recent advances in understanding propeller jet flow and its impact on scour // Phys. Fluids **32**, 101303, 2020, 32 p.
- [7]. Karki R., Faruque M. A. A., Balachandar R. Local scour by submerged offset jets// Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Water Management 160, Issue WM3, 2007, pp. 169–179.
- [8]. Петров А.Г., Потапов И.И. Избранные разделы русловой динамики // М.: Ленанд. 2019. 244 с. / Petrov A.G., Potapov I.I. Selected sections of channel dynamics // М.: Lenand. 2019. 244 p.
- [9]. Королёва К. С., Потапов И. И. О развитии донных форм, возникающих при набегании осветленного турбулентного потока на несвязное дно// ПМТФ, 2022, N. 63. № 1, с. 80-88./ Koroleva K. S., Potapov I. I. On the development of bottom forms arising from the onset of a clarified turbulent flow on a disjoint bottom// PMTF, 2022, N. 63, No. 1, pp. 80-88. (in Russian).
- [10]. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2 т. Т. 2. Методы расчета различных течений. М.: Мир, 1991, 552 с. / Fletcher K. Computational methods in fluid dynamics: In 2 vols. Vol. 2. Methods for calculating various flows. Moscow: Mir, 1991, 552 p. (in Russian).
- [11]. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984, 124 с. / Patankar S. Numerical methods for solving problems of heat transfer and fluid dynamics. Moscow: Energoatomizdat, 1984, 124 p. (in Russian).
- [12]. Луцкий А. Е., Северин А. В. Простейшая реализация метода пристеночных функций. М., 2013. (Препр. / Ин-т прикл. математики им. М. В. Келдыша; № 38)./ Lutsky A. E., Severin A. V. The simplest implementation of the wall functions method. Moscow, 2013. (Preprint / M. V. Keldysh Institute of Applied Mathematics; No. 38). (in Russian).
- [13]. К. Н. М. Ali A. A. Salehi Neyshabour Localized scour downstream of a deeply submerged horizontal jet// Proc. Instn Ciu. Engrs, Part 2, 1991, 91, Mar., pp. 1-18.
- [14]. Потапов И.И. Использование информационной системы «Амур» для исследования гидродинамических и русловых процессов (<https://github.com/PotapovII/Amur>). // Открытые эволюционирующие системы: вектор развития. Материалы Седьмой международной научно-практической конференции г. Хабаровск, 20–21 ноября 2024 г., стр. 7-11.

Информация об авторах / Information about authors

Александр Георгиевич ПЕТРОВ – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник Института проблем механики Российской академии наук. Область научных интересов: механика жидкости, аналитическая механика.

Alexander Georgievich PETROV – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Chief Researcher at the Institute of Problems of Mechanics of the Russian Academy of Sciences. Research interests: fluid mechanics, analytical mechanics.

Игорь Иванович ПОТАПОВ – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лаборатории вычислительной механики Вычислительного центра Дальневосточного отделения Российской академии наук с 2009 года. Сфера научных интересов: численные методы, русловые и гидродинамические процессы в равнинных реках.

Igor Ivanovich POTAPOV – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Head of the Laboratory of Computational Mechanics of the Computing Center of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences since 2009. Area of scientific interests: numerical methods, channel and hydrodynamic processes in lowland rivers.

