

# Тестирование возможностей открытого кода ВЕМ++ по решению задач акустики

*П.С. Лукашин<sup>1</sup> <ski1l@mail.ru>*

*С.В. Стрижак<sup>2</sup> <strijhak@yandex.ru>*

*Г.А. Щеглов<sup>1</sup> <shcheglov\_ga@bmstu.ru>*

*<sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана,*

*105005, г. Москва, ул. 2-я Бауманская, д.5. стр.1*

*<sup>2</sup> Институт системного программирования РАН,*

*109004, Россия, г. Москва, ул. А. Солженицына, д. 25*

**Аннотация.** Проводится тестирование возможностей открытого программно-математического обеспечения ВЕМ++ по решению задач акустики в области средних и высоких частот. Пакет ВЕМ++, аналогично пакету OpenFOAM, является универсальным инструментом, который позволяет строить дискретные модели для граничных интегральных операторов (потенциальные операторы простого и двойного слоев, сингулярные операторы, сопряженные операторы двойного слоя и др.), и программировать с использованием библиотек языка Python решение различных МГЭ-задач для уравнений Лапласа, Гельмгольца и Максвелла. Сравнение с известными аналитическими решениями тестовых задач рассеяния акустической волны на сфере методом граничных элементов показывает, что открытый пакет ВЕМ++ можно использовать «как есть» в качестве альтернативы известным коммерческим пакетам для получения результатов с точностью порядка 5%, достаточной в инженерных приложениях. Пакет позволяет эффективно проводить расчеты в диапазоне частот от 5 Гц до 5 кГц, важном с точки зрения разработки аэрокосмических систем, что дает возможность перехода к более сложным прикладным задачам. Главным ограничением при решении задач в настоящее время служит распараллеливание расчетов, которое ограничивается только системами с общей памятью. Однако, открытая архитектура ВЕМ++ позволит при дальнейшей работе устранить данный недостаток. Возможности ВЕМ++ позволяют работать с сетками большой размерности, описывающими сложные геометрические объекты, построенными на базе конструкторских электронных геометрических моделей. Следует, однако, отметить, что для внедрения в инженерную практику желательна разработка интерфейса с существующими интерактивными системами препостпроцессинга, например, SALOME.

**Ключевые слова:** Акустика; метод граничных элементов; задачи рассеяния; ВЕМ++; уравнение Гельмгольца; жесткое рассеяние; мягкое рассеяние; граничные интегральные уравнения.

**DOI:** 10.15514/ISPRAS-2017-29(1)-3

**Для цитирования:** Лукашин П.С., Стрижак С.В., Щеглов Г.А. Тестирование возможностей открытого кода BEM++ по решению задач акустики. Труды ИСП РАН, том 29, вып. 1, 2017 г., стр. 39-52. DOI: 10.15514/ISPRAS-2017-29(1)- 3

## 1. Введение

Решение задач математического моделирования акустических полей имеет ключевое значение при разработке новых образцов авиационной и ракетно-космической техники, поскольку позволяет повысить эффективность поиска способов и средств снижения негативного влияния данных воздействий. В частности, большую важность имеет расчет акустического давления, создаваемого двигателями ракеты-носителя космического назначения при старте, на элементы стартового комплекса и полезную нагрузку, находящуюся под головным обтекателем [1-3]. Полетные условия акустического нагружения летательных аппаратов в наземных условиях практически не воспроизводятся и здесь потребность в проведении математического моделирования еще более возрастает [4].

При проектировании аэрокосмических систем акустические процессы необходимо рассматривать в широком диапазоне частот от 5 Гц до 5 кГц [5]. Эффективность численных методов конечных и граничных элементов, наиболее часто используемых в настоящее время для расчета акустических воздействий существенно зависит от диапазона исследуемых частот. Если в области низких и средних частот данные методы позволяют получать результаты с малыми затратами вычислительных ресурсов, то в области высоких частот указанные методы работают на пределе возможностей современных компьютеров, поскольку увеличение исследуемой частоты влечет за собой существенное сгущение расчетной сетки. Необходимость проведения исследований в высокочастотном диапазоне для таких крупногабаритных объектов, как стартовый комплекс ракеты космического назначения, делает выбор наилучшего инструмента из существующего программно-математического обеспечения актуальной задачей.

Для численного моделирования акустических явлений в настоящее время используются специализированные коммерческие пакеты прикладных программ, такие как MSC Actran [6], LMS Virtual.Lab (со встроенным пакетом Sysnoise) [7], ANSYS [8], которые позволяют решать широкий класс задач, однако имеют все недостатки, присущие проприетарному программному обеспечению: закрытый исходный код, высокую стоимость лицензий и полную юридическую зависимость от владельца лицензии вплоть до возможности отзыва лицензии в случае применения экономических санкций.

В качестве альтернативы данным пакетам можно рассмотреть программное обеспечение с открытым исходным кодом, находящееся в общественном пользовании. В настоящее время доступно достаточное количество подобных акустических пакетов, чаще всего представляющих собой приложения для

моделирующих сред типа MATLAB/GNU Octave [9]. Производительность таких приложений недостаточна для решения промышленных задач.

Возможность расчета акустических задач методом конечных элементов имеется в открытых пакетах Code-Aster [10] и Elmer [11], имеющих значительные сообщества пользователей и серьезные промышленные приложения. Акустические аналогии используются для обработки результатов расчета течений методом конечного объема в открытом пакете OpenFOAM [12]. Однако, указанные подходы требуют построения сетки в расчетной области, имеющей конечные размеры, а для расчета акустического воздействия на стартовый комплекс желательно решать задачу в неограниченной области. Такую возможность дает метод граничного элемента (МГЭ), имеющий английскую аббревиатуру BEM (Boundary Element Method) [13, 14].

В МГЭ условия затухания возмущений на бесконечном удалении от исследуемых объектов выполняются автоматически, а построение сетки требуется только на границах тел. Недостатком МГЭ является заполненная матрица системы линейных алгебраических уравнений, которую необходимо вычислять заново для каждой исследуемой частоты. Затраты вычислительных ресурсов при этом оказываются пропорциональны кубу от числа узлов сетки, что существенно затрудняет расчеты в высокочастотной области. Для снижения вычислительных затрат разработаны модификации МГЭ, в которых используются эффективные методы работы с матрицами, например, иерархические матрицы (H-matrices) [15], метод мультипольных разложений [16], а также различные допущения, позволяющие упростить вычисления высокочастотных воздействий, например метод HFBE (High Frequency BEM) [17]. Эти эффективные методы реализованы как в коммерческих пакетах, например, FastBEM [18], так и в программах с открытым исходным кодом, например, в коде AcoUSTO, разработанном коллективом итальянских ученых, но к сожалению, не получившем пока серьезного развития и поддержки [19] или коде BEM++, разработанном международным сообществом ученых из University College London и Pontificia Universidad Católica de Chile и имеющем быстро растущее сообщество пользователей [20].

Пакет BEM++, аналогично пакету OpenFOAM, является универсальным открытым программно-математическим обеспечением, которое позволяет строить дискретные модели для граничных интегральных операторов (потенциальные операторы простого и двойного слоев, сингулярные операторы, сопряженные операторы двойного слоя и др.), и программировать с использованием библиотек языка Python решение различных МГЭ-задач для уравнений Лапласа, Гельмгольца и Максвелла. К сожалению, документация по пакету BEM++ в настоящее время является недостаточно подробной. В связи с этим требуется проведение большого объема методической работы для всесторонней оценки пакета и внедрения его в практику инженерных

расчетов. Данная методическая работа начата коллективом авторов и первые результаты, полученные в 2016 году представлены в статье.

Целью работы является тестирование возможностей пакета BEM++ по решению тестовых задач акустики в области средних и высоких частот. Для этого рассматриваются классические модельные задачи, имеющие аналитическое решение. Проводится оценка затрат вычислительных ресурсов и точность получаемых результатов.

## 2. Математическое описание тестовых задач

Распространение упругих волн в однородной среде описывается уравнением

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где  $u = f(x, t)$  – акустическое давление;  $x$  – вектор координат;  $t$  – время;  $c$  – скорость звука в среде. В предположении, что решение данного уравнения является произведением стационарного поля  $U(x)$  и периодической функции времени

$$u(x, t) = U(x)e^{-i\omega t},$$

уравнение (1) сводится к уравнению Гельмгольца:

$$\nabla^2 U + k^2 U = 0, \quad (2)$$

где  $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c}$  – волновое число;  $\omega$  – циклическая частота колебаний (рад/с);  $f$  – частота колебаний (Гц).

Для внешних задач, исследующих поле давления в неограниченной области, необходимо учесть условие Зоммерфельда (затухание волн на бесконечности). В наиболее общем виде условия на границе исследуемого тела можно записать в виде:

$$\frac{\partial U}{\partial n} - i\beta U = h. \quad (3)$$

В зависимости от граничных условий, задачи акустики можно разделить на задачи излучения и рассеяния. В задачах излучения, где рассматривается некоторая конструкция, являющаяся источником акустических волн, правая часть выражения (3), которая описывает движение поверхности данной конструкции, не равна нулю. Для задач рассеяния, где внешнее акустическое воздействие рассеивается на препятствии, функция  $h$  равна нулю. В зависимости от значения коэффициента  $\beta$  можно получить граничные условия Дирихле ( $|\beta| \gg 1$ ), Неймана ( $\beta = 0$ ) или смешанные граничные условия.

Для тестирования пакета BEM++ использовалась классическая задача рассеяния плоской волны на сфере единичного радиуса с центром в начале координат, расчетная схема которой показана на рис. 1.

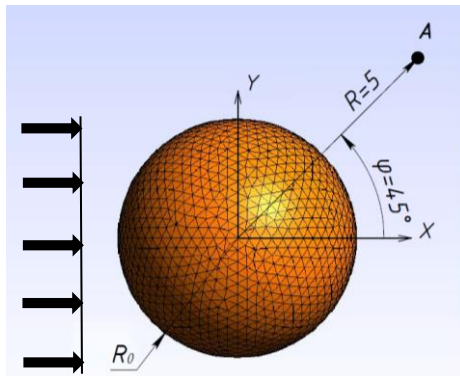


Рис. 1. Рассеяние плоской волны на сфере  
Fig. 1. Plane wave scattering by a sphere

При наличии в пространстве сферического препятствия искомое результирующее поле давления есть сумма плоской падающей и сферической рассеянной волн:

$$U = U^S + U^I. \quad (4)$$

Здесь падающая волна  $U^I$  описывается уравнением плоской волны:

$$U^I = U_0 e^{ikx \cdot a} \quad (5)$$

где  $a$  – направляющий вектор;  $U_0$  – амплитуда;  $k$  – волновое число.

На рассеянную волну  $U^S$  накладывается условие затухания на бесконечности:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \left[ R \left| \frac{\partial U^S}{\partial R} - ikU^S \right| \right] = 0. \quad (6)$$

Тестовые задачи были решены для двух типов граничных условий на сфере: акустически жесткое рассеяние  $\frac{\partial U}{\partial n}|_S = 0$  (нулевые граничные условия Неймана) и акустически мягкое рассеяние  $U|_S = 0$  (нулевые граничные условия Дирихле).

Полная математическая формулировка задачи имеет вид:

$$\begin{cases} \nabla^2 U + k^2 U = 0, \\ \frac{\partial U}{\partial n} - i\beta U = 0, \\ U = U^S + U^I, \\ U^I = U_0 e^{ikx \cdot a}, \\ \lim_{R \rightarrow \infty} \left[ R \left| \frac{\partial U^S}{\partial R} - ikU^S \right| \right] = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Она может быть сведена к форме граничного интегрального уравнения; для акустически жесткого рассеяния граничное интегральное уравнение имеет вид

$$\left( -H + i\eta \left( \frac{1}{2} I - K \right) \right) U^* = - \left( \frac{\partial U^I}{\partial n} - i\eta U^I \right) |_S; \quad (8)$$

для акустически мягкого рассеяния граничное интегральное уравнение принимает форму

$$\left(\frac{1}{2}I + T - i\eta S\right) U_n^* = \left(\frac{\partial U^I}{\partial n} - i\eta U^I\right)|_S. \quad (9)$$

Здесь  $\eta$  – произвольно выбираемая константа с ненулевой вещественной частью.

Неизвестными являются соответственно поля давления  $U^*$  и нормальная производная давлений  $U_n^*$  на поверхности.

В уравнениях (8), (9) под соответствующими обозначениями применяются следующие граничные интегральные операторы:

- оператор простого слоя  $S[U](x) = \int_S G(x, y)U(y)dS(y)$ ;
- оператор двойного слоя  $K[U](x) = \int_S \frac{\partial G(x, y)}{\partial n(y)} U(y)dS(y)$ ;
- сопряженный оператор двойного слоя  $T[U](x) = \int_S \frac{\partial G(x, y)}{\partial n(x)} U(y)dS(y)$ ;
- гиперсингулярный оператор  $H[U](x) = -\frac{\partial}{\partial n(x)} \int_S \frac{\partial G(x, y)}{\partial n(y)} U(y)dS(y)$ ;
- тождественный оператор  $I[U](x) = U(x)$ .

Здесь  $G(x, y) = \frac{e^{ik|x-y|}}{4\pi|x-y|}$  – функция Грина для уравнения Гельмгольца,

Задача (7) для сферы имеет аналитическое решение [21]. Падающую волну раскладывают по полиномам Лежандра  $P_l(\cos \theta)$

$$U^I = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)i^{-l}j_l(kr)P_l(\cos \theta). \quad (10)$$

Рассеянная волна, удовлетворяющая условиям Зоммерфельда и уравнению Гельмгольца, описывается суммой следующего вида:

$$U^S = -\sum_{l=0}^{\infty} A_l h_l(kr)P_l(\cos \theta). \quad (11)$$

В уравнениях (10) и (11)  $j_l(kr)$  – сферические функции Бесселя  $l$ -го порядка;  $h_l(kr)$  – сферические функции Ганкеля  $l$ -го порядка; коэффициент  $A_l$  получают из граничных условий:

- для задачи Неймана:  $A_l = -U_0(2l+1)i^{-l} \frac{j_l(kR_0)}{h_l(kR_0)}$ ;
- для задачи Дирихле:  $A_l = -U_0(2l+1)i^{-l} \frac{j_l(kR_0) - (l+1)j_{l+1}(kR_0)}{h_l(kR_0) - (l+1)h_{l+1}(kR_0)}$ .

Общее поле давлений получают суммированием полей (10) и (11).

### 3. Особенности решения задач в BEM++

Пакет BEM++ представляет собой открытую (с лицензией MIT) Python-библиотеку, в которой реализована технология распараллеливания кода для работы на серверах с общей памятью, а также метод иерархических матриц (*h-matrices*) для проведения операций с заполненными матрицами. На данный момент поддерживается работа пакета на платформах Mac и Linux.

Общая структура библиотеки включает 5 модулей. Ключевым является модуль Fiber (Fast Integration Boundary Element Routines), содержащий

процедуры для быстрого интегрирования взаимного влияния граничных элементов. Модуль Space работает с пространствами функций, определенных на элементах сетки. Модуль Assembly предназначен для сборки матриц граничных интегральных операторов и функций, определенных на сетке, т.е. формирует матрицу из элементов, предоставленных модулем Fiber. Модуль Grid предназначен для работы с сетками. Модуль Linalg обеспечивает возможность решения СЛАУ. Детальное описание процедур представлено в документации [20, 22].

Пакет не имеет графического интерфейса пользователя. Ниже, в качестве иллюстрации, рассмотрены примеры реализации основных этапов решения задачи (8) с помощью инструментов библиотеки BEM++.

Создание сетки для сферы с линейным размером элемента  $h$ :

```
grid = bempp.api.shapes.sphere (h=0.1)
```

Создание пространства кусочно-постоянных функций на элементах сетки:

```
space = bempp.api.function_space(grid, "DP", 0)
```

Определение значений функции на сетке созданием объекта GridFunction:

```
grid_fun = bempp.api.GridFunction(space, fun=function)
```

Определение граничных операторов:

тождественный оператор

```
I = bempp.api.operators.boundary.sparse.identity(space, space, space)
```

сингулярный оператор

```
H = bempp.api.operators.boundary.helmholtz.hypersingular (space, space, space, k)
```

оператор двойного слоя

```
K = bempp.api.operators.boundary.helmholtz.double_layer (space, space, space, k)
```

При этом учет граничных условий на бесконечности обеспечивается структурой операторов библиотеки BEM++.

Формирование и решение системы уравнений, соответствующих (8):

```
lhs=-H+1j*k*(0.5*I-K)
```

```
func,info=bempp.api.linalg.gmres(lhs, grid_fun, tol=1e-3)
```

Сохранение результатов

```
res = np.absolute(u_inc + K.evaluate(func))
```

Таким образом, расчетная схема задачи описывается в виде обычной Python-программы. Следует отметить, что подобный интерфейс представляет некоторые трудности для инженерного анализа конструкций и одним из направлений развития данного пакета может быть разработка интерфейсов с открытыми графическими средами типа SALOME или FreeCAD.

## 4. Результаты

Численное решение задач рассеяния проводилось для плоской волны с параметрами  $U_0 = 1$ ;  $a = \{1; 0; 0\}$  на сфере единичного радиуса ( $R_0 = 1$ ), находящейся в однородной среде, скорость звука в которой  $c = 331$  м/с (соответствует скорости звука в воздухе при нормальных условиях). Во всех расчетах использовались сетки с треугольными элементами, максимальный линейный размер которых не менее 6 раз укладывается в длину волны,

соответствующей заданному волновому числу  $k$ . В частности, при  $k = 10$  использовалась сетка с 3206 ячейками.

Для оценки точности рассчитывалась относительная погрешность как разность между аналитическим и численным решением, отнесенная к амплитуде давления падающей волны:

$$\varepsilon = \frac{U_{an} - U_{bem}}{U_0} \cdot 100 \text{ \%}.$$

При сравнении результатов необходимо принять во внимание влияние параметра точности итерационного метода решения СЛАУ, а также количество учитываемых членов ряда для аналитического решения. В данной задаче решение СЛАУ осуществлялось с точностью  $10^{-3}$ , а в аналитическом решении учитывалось 220 членов ряда.

На рис. 2, *a* дана эпюра распределения давления, полученная в ВЕМ++ для задачи акустически мягкого рассеяния (задача Дирихле) с волновым числом  $k = 10$  (527 Гц). Соответствующая эпюра погрешности  $\varepsilon$ , приведенная на рис. 2, *b*, показывает, что наибольшая погрешность порядка  $\pm 5,5 \text{ \%}$  имеет место вблизи поверхности сферы.

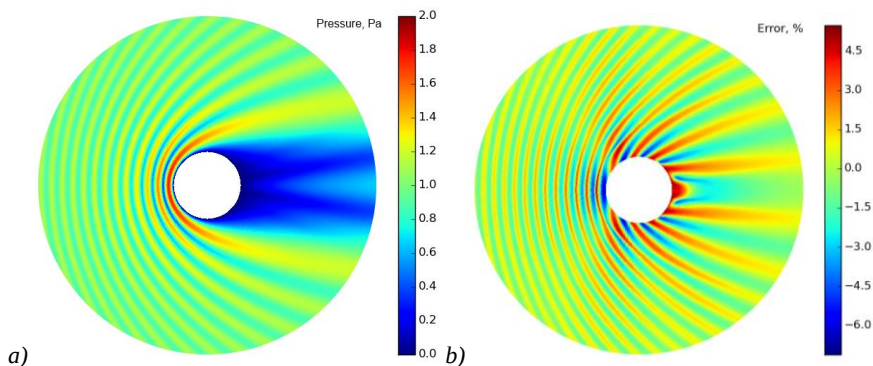


Рис. 2. Результат решения задачи мягкого рассеяния (задача Дирихле,  $k = 10$ ):

*a*) Эпюра давления в плоскости  $OXY$  в пределах круга радиуса  $R = 5$ .

*b*) Эпюра относительных погрешностей.

Fig. 2. The result for sound-soft scattering (Dirichlet problem,  $k=10$ ):

*a*) Pressure plot in the plane  $OXY$  inside the circle of radius 5.

*b*) The plot of relative pressure error.

На рис. 3 отображены эпюры распределения давления и относительной погрешности, полученные в ВЕМ++ для задачи акустически жесткого рассеяния (задача Неймана) с волновым числом  $k = 10$  (527 Гц). Здесь наибольшая погрешность вблизи поверхности сферы составляет  $\pm 7,5 \text{ \%}$ .

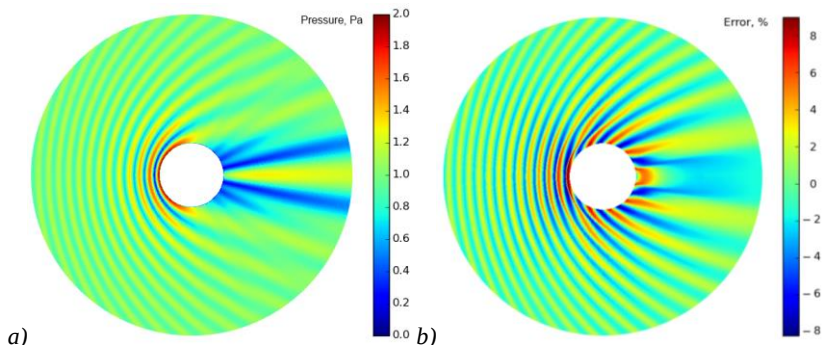


Рис. 3. Результат решения задачи жесткого рассеяния (задача Неймана,  $k = 10$ ):  
 а) Эюора давления в плоскости OXY в пределах круга радиуса  $R = 5$ .  
 б) Эюора относительных погрешностей.

Fig. 3. The result for sound-hard scattering (Neumann problem,  $k=10$ ):  
 а) Pressure plot in the plane OXY inside the circle of radius 5.  
 б) The plot of relative pressure error.

Как следует из полярного графика давлений, построенного на окружности радиуса  $R = 5$  (рис. 4, а), на большом удалении от сферы результаты численного и аналитического решения совпадают значительно лучше. Наибольшее значение погрешности, как видно из рис. 4, б, не превышает 2 %.

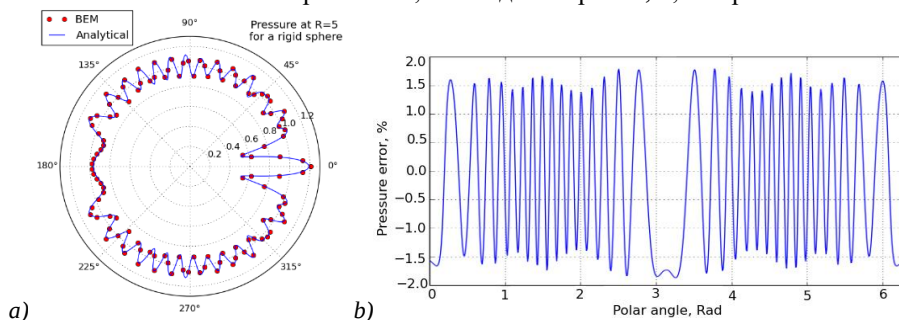


Рис. 4. Результат решения задачи жесткого рассеяния (задача Неймана,  $k = 10$ ):  
 а) Полярный график давления на окружности радиуса  $R = 5$ .

б) График относительной погрешности давлений на окружности радиуса  $R = 5$ .

Fig. 4. The result for sound-hard scattering (Neumann problem,  $k = 10$ ):  
 а) The pressure polar plot at circumference of radius  $R=5$ .  
 б) The plot of relative pressure error at circumference of radius  $R=5$ .

Для многих прикладных задач требуется определить спектр акустического давления в некоторой исследуемой точке пространства. На основе описанной ранее модели был построен спектр давления для диапазона  $k \in [2; 15]$  (105...790 Гц) в точке  $A$  (см. рис. 1) при граничных условиях Неймана. При решении задачи использовались различные сетки с линейным размером

элемента  $h = \frac{2\pi}{6k}$ , таким образом, в каждой расчётной точке линейный размер элемента укладывался в длину волны 6 раз. Время выполнения расчета для одной точки возрастает с увеличением частоты и соответствующим сгущением сетки. Как следует из рис. 5, а, положения максимумов давления в аналитическом и численном решениях практически совпадают, а погрешность уменьшается с ростом волнового числа. Максимальное значение погрешности, как показывает рис. 5, б, составляет 5,5 % для  $k \approx 3$ , а для  $k = 15$  погрешность не превышает 1 %.

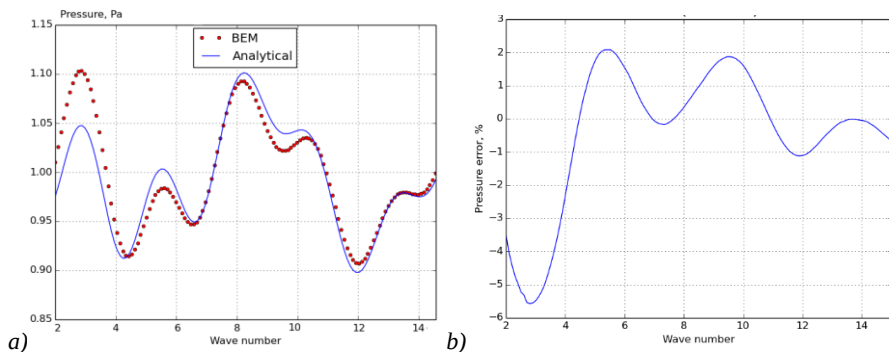


Рис. 5. Результаты расчета спектра давления в точке А:

а) Сравнение спектров в точке А. б) Погрешность давлений в точке А.

Fig. 5. The result for pressure range computation

a) Comparison of range at point A. b) The pressure error at point A.

Для определения возможности решения с помощью ВЕМ++ задач с высокочастотным воздействием была решена задача жесткого рассеяния при  $k = 95$  ( $f = 5$  кГц). Для данного волнового числа число ячеек сетки составило около 300 тысяч. Время счета на 12 ядрах составило 2 часа при тактовой частоте 3 ГГц. Для решения системы линейных алгебраических уравнений был использован метод GMRES с настройками по умолчанию. Погрешности определения давления на окружности радиуса  $R = 5$  не превышают 3 %.

## 5. Выводы

Сравнение с известными аналитическими решениями результатов решения тестовых задач рассеяния акустической волны на сфере методом граничных элементов показывает, что открытый пакет ВЕМ++ можно использовать «как есть» в качестве альтернативы известным коммерческим пакетам для получения результатов с точностью, достаточной в инженерных приложениях. Пакет позволяет эффективно проводить расчеты в диапазоне частот от 5 Гц до 5 кГц, важном с точки зрения разработки аэрокосмических систем, что дает возможность перехода к решению более сложных прикладных задач. Главным

ограничением при решении задач в настоящее время является невозможность проведения расчетов в параллельном режиме на системах с распределенной памятью (кластерах).

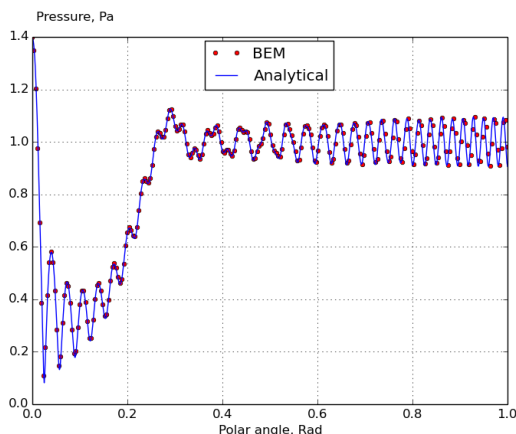


Рис. 6. График давления на окрести радиуса  $R = 5$  для задачи Неймана при  $k = 95$  ( $f = 5$  кГц)

Fig.6. The pressure plot at circumference of radius  $R = 5$  for Neumann problem in case  $k = 95$  ( $f = 5$  kHz)

Возможности BEM++ позволяют работать с сетками большой размерности, описывающими сложные геометрические объекты, построенными на базе конструкторских электронных геометрических моделей. Следует, однако, отметить, что для внедрения в инженерную практику желательна разработка интерфейса с существующими интерактивными системами препостпроцессинга, например, SALOME.

## Список литературы

- [1]. Носатенко П.Я., Бобров А.В., Баранов М.Л., Шляпников А.Н. Экспериментальное определение акустических нагрузок при пусках РН «Стрела» и расчётное определение режимов экспериментальной отработки выводимых космических аппаратов. Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2010. № 2. С. 112-123.
- [2]. Дядькин А.А. Аэрогазодинамика ракетно-космического комплекса «Морской старт». Космическая техника и технологии. 2014. № 2 (5). С. 14-31.
- [3]. Troclet B., Alestra S., Srithammavan V., Terrasse I. A Time Domain Inverse Method for Identification of Random Acoustic Sources at Launch Vehicle Lift-Off. J. Vib. Acoust. 2011. Vol. 133, No. 2. Pp. 1-11.
- [4]. Колесников А.В. Лекции по курсу «Испытания конструкций и систем космических аппаратов». 2007. URL: [airspot.ru/book/file/659/isyptaniya\\_ka.pdf](http://airspot.ru/book/file/659/isyptaniya_ka.pdf) (дата обращения: 28.12.2016).
- [5]. Либерман М.Ю. О моделировании процессов формирования пусковых нагрузок, оказывающих динамическое воздействие на космический аппарат. Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2013. Т. 136, № 5. С. 19-30.
- [6]. Astran - программный комплекс для анализа акустики.

- URL: [www.mscsoftware.ru/products/actran](http://www.mscsoftware.ru/products/actran) (дата обращения: 28.12.2016).
- [7]. LMS Virtual.Lab Acoustics for Acoustic Simulation.  
URL: [http://www.plm.automation.siemens.com/ru\\_ru/products/lms/virtual-lab/acoustics](http://www.plm.automation.siemens.com/ru_ru/products/lms/virtual-lab/acoustics)  
(дата обращения: 28.12.2016).
- [8]. ANSYS Structures Harmonic Vibrations and Acoustics,  
URL: [ansys.com/products/structures/vibrations/harmonic-vibrations-and-acoustics](http://ansys.com/products/structures/vibrations/harmonic-vibrations-and-acoustics),  
(дата обращения: 28.12.2016).
- [9]. Free Acoustics and Ultrasound Software. URL: [www.k-wave.org/acousticsoftware.php](http://www.k-wave.org/acousticsoftware.php)  
(дата обращения: 28.12.2016).
- [10]. CodeAster manual. R4.02.01. Finite elements in acoustic.  
URL: [www.code-aster.org/doc/v12/en/man\\_r/r4/r4.02.01.pdf](http://www.code-aster.org/doc/v12/en/man_r/r4/r4.02.01.pdf) (дата обращения: 28.12.2016).
- [11]. Elmer. URL: [csc.fi/web/elmer/elmer](http://csc.fi/web/elmer/elmer) (дата обращения: 28.12.2016).
- [12]. Kraposhin M.V., Strizhak S.V. How to Implement Simple Acoustic Analogy in OpenFOAM. 8th International OpenFOAM Workshop 2013, Jeju, Korea.
- [13]. Купрадзе В.Д. Граничные задачи теории колебаний и интегральные уравнения. М.: ГИТТЛ, 1950. 280 с.
- [14]. Boundary element method. URL: [www.boundary-element-method.com](http://www.boundary-element-method.com) (дата обращения: 28.12.2016).
- [15]. Hackbusch W. Hierarchical matrices: Algorithms and analysis. Springer, 2015. 510 p.
- [16]. Liu Y.J. Fast Multipole Boundary Element Method - Theory and Applications in Engineering. New-York, Cambridge University Press, 2009. 235 p.
- [17]. Chandler-Wilde S.N., Langdon S., Graham I.G., Spence E.A. Numerical-asymptotic boundary integral methods in high-frequency acoustic scattering. *Acta Numerica*. 2012. Vol. 21. Pp. 89-305.
- [18]. FastBEM Acoustics. URL: [www.fastbem.com](http://www.fastbem.com) (дата обращения: 28.12.2016).
- [19]. AcouSTO. URL: [acousto.sourceforge.net](http://acousto.sourceforge.net), (дата обращения: 28.12.2016).
- [20]. The BEM++ project. URL: [www.bempp.org](http://www.bempp.org), (дата обращения: 28.12.2016).
- [21]. Лепендин Л.Ф. Акустика. М.: Высшая школа, 1978. 448 с.
- [22]. Betcke T., Arridge S., Phellips J., Schweiger M. Solving Boundary Integral Problems with BEM++. URL: <http://www.bempp.org/files/bempp-toms-preprint.pdf> (дата обращения: 28.12.2016).

## Validation of open source code BEM++ for simulation of acoustic problems

*P.S. Lukashin<sup>1</sup> <ski1l@mail.ru>*

*S.V. Strijhak<sup>2</sup> <strijhak@yandex.ru>*

*G.A. Shcheglov<sup>1</sup> <shcheglov\_ga@bmstu.ru>*

*<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University,*

*5/1, 2-th Baumanskaya st., Moscow. 105005, Russia*

*<sup>2</sup>Institute for System Programming of the Russian Academy of Sciences,*

*25, Alexander Solzhenitsyn st., Moscow, 109004, Russia*

**Abstract.** Testing of capabilities of open-source BEM++ code for simulation of acoustics problems at medium and high frequencies is presented. The BEM++ library is a universal

tool, which allows to build discrete models for boundary integral operators (single-, double- and adjoint double-layer potential operators and hypersingular boundary operators) and solve boundary element method problems for Helmholtz, Laplace and Maxwell equations using Python libraries. Solution for the test problem of scattering plane wave on spherical obstacle with using BEM++ demonstrates good convergence with the results of analytical solutions. The relative errors satisfy to acceptable values 5% in solving engineering tasks, this fact allows to use this library as an alternative to commercial software. Capability of BEM++ library to calculate acoustic fields for frequencies from 5 Hz to 5 kHz enables move to solving more difficult engineering challenges of the aerospace industry. The main restriction for this is a time of computation, because only shared-memory technology of the code parallelization is implemented. However, open architecture of the library allows to remove this disadvantage. Meshes for BEM++ can have big size and be based on E geometric model with complex geometrical objects. Also, it should be noted, that for implementation to engineering practice it is desirable to integrate the library with existing interactive systems of pre- and post-processing, for example, with Salome.

**Keywords:** Acoustics; boundary element method; scattering problem; BEM++; Helmholtz equation; rigid scattering; soft scattering; boundary integral equations.

**DOI:** 10.15514/ISPRAS-2017-29(1)-3

**For citation:** Lukashin P.S., Strijhak S.V., Shcheglov G.A Validation of open-source BEM++ code for simulation of acoustics problems. *Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS*, vol. 29, issue 1, 2017, pp. 39-52 (in Russian). DOI: 10.15514/ISPRAS-2017-29(1)-3

## References

- [1]. Nosatenko P.YA., Bobrov A.V., Baranov M.L., Shlyapnikov A.N. Experimental determination of acoustic loads at launching of rocket media “Strela” and calculation of the modes of experimental testing of spacecrafts. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aehrokosmicheskogo universiteta* [Vestnik of Samara state aerospace University], 2010, № 2. pp. 112-123 (in Russian).
- [2]. Dyad'kin A.A. Aerogasdynamics of rocket and space complex "Sea launch". *Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii* [Space engineering and technology], 2014, № 2 (5). pp. 14-31 (in Russian).
- [3]. Troclet B., Alestra S., Srithammavanh V., Terrasse I. A Time Domain Inverse Method for Identification of Random Acoustic Sources at Launch Vehicle Lift-Off. *J. Vib. Acoust.* 2011, 133(2) pp. 1-11.
- [4]. Kolesnikov A.V. Lecture series "Testing of the constructions and systems of space vehicles", 2007, Available at: [airspot.ru/book/file/659/ispytaniya\\_ka.pdf](http://airspot.ru/book/file/659/ispytaniya_ka.pdf), accessed 28.12.2016 (in Russian).
- [5]. Liberman M.YU. Modeling the formation of a launcher loads that have a dynamic effect on spacecraft. *Voprosy ehlektromekhaniki. Trudy VNIIE*, [Questions of electromechanics, Proc. VNIIE], 2013, v. 136. №5. pp. 19-30 (in Russian).
- [6]. Actran – software package for an acoustic analysis, [www.mscsoftware.ru/products/actran](http://www.mscsoftware.ru/products/actran), accessed 28.12.2016.

- [7]. LMS Virtual.Lab Acoustics for Acoustic Simulation, [http://www.plm.automation.siemens.com/ru\\_ru/products/lms/virtual-lab/acoustics](http://www.plm.automation.siemens.com/ru_ru/products/lms/virtual-lab/acoustics), accessed 28.12.2016.
- [8]. ANSYS Structures Harmonic Vibrations and Acoustics, [www.ansys.com/products/structures/vibrations/harmonic-vibrations-and-acoustics](http://www.ansys.com/products/structures/vibrations/harmonic-vibrations-and-acoustics), accessed 28.12.2016.
- [9]. Free Acoustics and Ultrasound Software, [www.k-wave.org/acousticsoftware.php](http://www.k-wave.org/acousticsoftware.php), accessed 28.12.2016.
- [10]. CodeAster manual. R4.02.01. Finite elements in acoustic. Available at: [www.code-aster.org/doc/v12/en/man\\_r/r4/r4.02.01.pdf](http://www.code-aster.org/doc/v12/en/man_r/r4/r4.02.01.pdf), accessed 28.12.2016.
- [11]. Elmer, [csc.fi/web/elmer/elmer](http://csc.fi/web/elmer/elmer), accessed 28.12.2016.
- [12]. Kraposhin, M.V. and Strizhak, S.V., How to Implement Simple Acoustic Analogy in OpenFOAM. 8th International OpenFOAM Workshop 2013, Jeju, Korea.
- [13]. Kupradze V. D. Boundary problems of oscillation theory and integral equations. Moskva, Gos. izd-vo tekhniko-teoreticheskoy literatury [Moscow, State publishing technical and theoretical literature], 1950, 280 p. (in Russian).
- [14]. Boundary element method, [www.boundary-element-method.com](http://www.boundary-element-method.com), accessed 28.12.2016.
- [15]. W. Hackbusch, Hierarchical matrices: Algorithms and analysis, Springer, Berlin, 2015, 510 p., doi: 10.1007/978-3-662-47324-5
- [16]. Liu Y. J., Fast Multipole Boundary Element Method - Theory and Applications in Engineering, Cambridge University Press, New York, 2009, 235 p.
- [17]. S.N.Chandler-Wilde, S.Langdon, I.G.Graham, E.A.Spence, Numerical-asymptotic boundary integral methods in high-frequency acoustic scattering, *Acta Numerica*, 2012, p. 89-305, doi: 10.1017/S0962492912000037.
- [18]. FastBEM Acoustics, [www.fastbem.com](http://www.fastbem.com), accessed 28.12.2016.
- [19]. AcouSTO, [acousto.sourceforge.net/index.php](http://acousto.sourceforge.net/index.php), accessed 28.12.2016.
- [20]. The BEM++ project: [www.bempp.org](http://www.bempp.org), accessed 28.12.2016.
- [21]. L.F. Lependin, Acoustics. Moskva «Vysshaja shkola» [Moscow "High school"], 1978, 448 p. (in Russian)
- [22]. M. Betcke T., Arridge S., Phellips J., Schweiger M. Solving Boundary Integral Problems with BEM++. Available at: <http://www.bempp.org/files/bempp-toms-preprint.pdf>, accessed 28.12.2016.