

# О возможностях автоматного описания параллельной композиции временных автоматов

*А.С. Твардовский <tvardal@mail.ru>*

*А.В. Ланутенко <laputenko.av@gmail.com>*

*Национальный исследовательский Томский государственный университет,  
634050, Россия, Томск, пр. Ленина 36*

**Аннотация.** Конечные автоматы широко используются для анализа и синтеза дискретных систем. При описании систем, поведение которых зависит от времени, конечный автомат расширяется введением временных аспектов и вводится понятие временного автомата. В настоящей статье рассматривается проблема построения параллельной композиции для двух моделей временных автоматов, а именно, для автоматов с таймаутами и автоматов с временными ограничениями. Две эти формы временных автоматов не являются взаимозаменяемыми и являются более частными случаями общей модели временного автомата, содержащего как таймауты, так и временные ограничения. Мы также считаем, что все выше упомянутые модели временных автоматов имеют целочисленные выходные задержки (выходные таймауты). Автоматы-компоненты работают в режиме диалога, по завершении которого композиция выдаёт внешний выходной символ. При решении задач анализа для системы взаимодействующих конечных автоматов с использованием классических методов такая композиция обычно описывается единственным автоматом. В работе показывается, что в общем случае, в отличие от случая классических конечных автоматов, наличия «медленной внешней среды» и отсутствия осцилляций недостаточно для описания поведения композиции детерминированным автоматом с одной временной переменной, если входные символы могут поступать не только в целочисленные, но и рациональные моменты времени. Тем не менее, определяется класс систем, в которых каждое внешнее входное воздействие инициирует диалог между компонентами, что позволяет описать поведение такой композиции детерминированным автоматом с одной временной переменной. В частности, рассматривается последовательная композиция временных автоматов, которая удовлетворяет такому ограничению. Другое ограничение продиктовано наличием таймаутов, значение которого в каждом из состояний должно превышать величину выходной задержки при обработке любого перехода в этом состоянии.

**Ключевые слова:** конечный автомат; входные и выходные таймауты; временные ограничения; композиция.

**DOI:** 10.15514/ISPRAS-2018-30(1)-2

**Для цитирования:** Твардовский А.С., Лапугенко А.В.. О возможностях автоматного описания параллельной композиции временных автоматов. Труды ИСП РАН, том 30, вып. 1, 2018 г., стр. 25-40. DOI: 10.15514/ISPRAS-2018-30(1)-2

## 1. Введение

Формальные модели широко используются для анализа и синтеза программного и аппаратного обеспечения, и одной из таких моделей является классический конечный автомат [1]. Конечный автомат описывает поведение системы с конечным числом состояний, которая может переходить из состояния в состояние при наличии входного воздействия, выдавая при этом выходную реакцию. Модель конечного автомата обладает естественной реактивностью и позволяет строить для управляющих систем проверяющие тесты с гарантированной полнотой обнаружения ошибок (неисправностей) [2]. При описании поведения современных управляющих систем необходимо учитывать временные аспекты в их поведении. Для этого модель конечного автомата расширяется введением временной переменной, и вводится понятие временного автомата [3-6]. Временная переменная постоянно увеличивает своё значение и «сбрасывается» в 0 при поступлении входного символа или выдаче выходного символа. Для описания временных аспектов в автоматной модели используются временные ограничения [4], (входные) таймауты [5] и выходные задержки, иногда называемые выходными таймаутами. Входной таймаут определяет максимальное время ожидания входного воздействия для каждого состояния автомата. Если входной символ не был подан до истечения таймаута, то автомат может спонтанно перейти в другое состояние (без поступления входного и выдачи выходного символа). Временные ограничения представляют собой интервалы на переходах, ограничивающие время, в течение которого переход может быть выполнен. Выходные задержки (выходные таймауты) отражают время, затрачиваемое автоматом на выполнение перехода. В общем случае, временной автомат содержит таймауты, временные ограничения и выходные задержки. Однако в настоящей работе мы рассматриваем автоматы только с таймаутами и автоматы только с временными ограничениями, полагая, что выходные задержки существуют в обоих случаях. Отметим, что два рассматриваемых класса временных автоматов не являются взаимозаменяемыми, т.е. существует автомат с таймаутами, который не может быть описан автоматом с временными ограничениями, и наоборот [7].

Для описания поведения сложных систем обычно используется система взаимодействующих автоматов, т.е. композиция более простых в некотором смысле автоматов-компонент. В случае операции параллельной композиции, достаточно часто используемой при описании поведения взаимодействующих программных систем, автоматы-компоненты работают в режиме диалога, выдавая реакцию на внешний входной символ после окончания обмена сообщениями. Известно [8], что поведение композиции классических

детерминированных автоматов может быть описано конечным автоматом, если внешняя среда является «медленной», т.е. следующий входной символ на систему подается только после выдачи выходной реакции на предыдущий входной символ. После перехода к такому представлению для анализа полученного автомата могут быть использованы алгоритмы классической теории автоматов [1]. В настоящей работе показывается, что в отличие от случая классических автоматов, наличия «медленной внешней среды» может оказаться недостаточно для описания детерминированным автоматом с одной временной переменной поведения композиции временных автоматов в рациональные моменты времени. Соответственно, мы определяем классы композиций автоматов с временными ограничениями и автоматов с таймаутами, поведение которых в рациональные моменты времени может быть описано детерминированным временным автоматом.

## 2. Основные определения

В данной работе мы рассматриваем два типа временных автоматов, а именно автоматы с таймаутами и автоматы с временными ограничениями. Такие временные автоматы являются достаточно простыми расширениями классического конечного автомата, и мы ниже приводим их формальные определения [7].

Под автоматом с таймаутами понимается пятёрка  $S = (S, I, O, h_S, \Delta_S)$ , где  $I$  – входной алфавит,  $O$  – выходной алфавит,  $S$  – конечное непустое множество состояний,  $h_S \subseteq (S \times I \times O \times S \times Z)$  – отношение переходов,  $Z$  – множество целых неотрицательных чисел, определяющих число тактов времени между поступлением входного символа и выдачей выходного,  $\Delta_S: S \rightarrow S \times (\mathbb{N} \cup \{\infty\})$  – функция (входного) таймаута, определяющая для каждого состояния максимальное время ожидания входного символа,  $\mathbb{N}$  – множество натуральных чисел. Иными словами, если в некотором состоянии входной сигнал не поступает в течение определенного времени (таймаута), то автомат может спонтанно изменить своё состояние. Если  $\Delta_S(s) = (s', T)$  и в состоянии  $s$  в течение  $T$  тактов времени на автомат не было подано ни одного входного символа, то автомат переходит в состояние  $s'$ . После перехода в состояние  $s'$  отсчет времени начинается с 0. В случае, когда  $\Delta_S(s) = (s, \infty)$ , автомат может ожидать входной символ в состоянии  $s$  бесконечно долго. Если в автомате есть переход  $(s, i, o_1, s_1, d)$  и входной символ будет подан в состоянии  $s$  менее чем через  $T$  тактов времени после перехода автомата в текущее состояние, то автомат перейдет в состояние  $s_1$  и через  $d$  тактов времени выдаст выходной символ. Число  $d$  тактов времени между подачей входного символа и выдачей выходного символа называется *выходной задержкой* (*выходным таймаутом*). Для того чтобы избежать противоречий при интерпретации входных и выходных таймаутов, мы полагаем, что в каждом состоянии входной таймаут больше задержки, необходимой для обработки любого входного символа. Автомат с

таймаутами называется *полностью определённым*, если для любой пары  $(s, i) \in S \times I$ , то есть для любого входного символа  $i$ , поступающего на вход автомата в состоянии  $s$ , существует переход  $(s, i, o, s', d) \in h_S$ . Если для любой пары  $(s, i) \in S \times I$ , существует единственный переход  $(s, i, o, s', d) \in h_S$ , то автомат с таймаутами называется *детерминированным*, иначе – *недетерминированным*.

Под *автоматом с временными ограничениями* понимается четвёрка  $S = (I, S, O, h_S)$ , где  $I$  – входной алфавит,  $O$  – выходной алфавит,  $S$  – конечное непустое множество состояний,  $h_S \subseteq (S \times I \times O \times S \times \Pi \times Z)$  – отношение переходов,  $\Pi$  – множество интервалов из промежутка  $[0; \infty)$ , и  $Z$  – множество целых неотрицательных чисел. Соответственно, *кортеж*  $(s, i, o, s', g, d)$  описывает переходы из состояния  $s$  в состояние  $s'$  под действием входного символа  $i$ , поступившего в момент времени  $t$ ,  $t \in g$ , после перехода автомата в текущее состояние  $s$  выдачей выходного символа  $o$  через  $d$  тактов времени после поступления входного символа. Если для любых двух кортежей  $(s, i, o_1, s_1, g_1, d_1)$ ,  $(s, i, o_2, s_2, g_2, d_2) \in h_S$  справедливо соотношение  $g_1 \cap g_2 = \emptyset$ , то автомат с временными ограничениями называется *детерминированным*, иначе – *недетерминированным*. Автомат с временными ограничениями называется *полностью определённым по входным символам*, если для любой пары  $(s, i) \in S \times I$ , то есть для любого входного символа  $i$ , поступающего на вход автомата в состоянии  $s$ , существует кортеж  $(s, i, o, s', g, d) \in h_S$ . Автомат с временными ограничениями называется *полностью определённым*, если автомат полностью определён по входным символам, и для каждой пары  $(s, i) \in S \times I$  объединение всех временных интервалов в состоянии  $s$  по входному символу  $i$  равно  $[0; \infty)$ . В качестве примера технической системы, поведение которой описывается временным автоматом, можно привести систему сигнализации, рассмотренную в [9].

*Временным входным символом* называется пара  $(i, t)$ , где  $i$  – символ входного алфавита,  $t$  – (вещественное) время поступления входного символа после перехода автомата в текущее состояние. *Временным выходным символом* называется пара  $(o, d)$ , где  $o$  – символ выходного алфавита,  $d$  – выходная задержка. Последовательность временных входных символов  $(i_1, t_1), (i_2, t_2) \dots, (i_n, t_n)$  называется *временной входной последовательностью*; последовательность временных выходных символов  $(o_1, d_1), (o_2, d_2) \dots, (o_n, d_n)$  называется *временной выходной последовательностью*. Аналогично конечным автоматам, временная выходная последовательность, соответствующая временной входной последовательности  $\alpha$ , поступившей на автомат в состоянии  $s$ , называется (*выходной реакцией*) автомата в состоянии  $s$  на последовательность  $\alpha$ .

В настоящей работе мы рассматриваем детерминированные полностью определённые временные автоматы, т.е. автоматы, в которых каждому состоянию, входному символу и моменту времени соответствует единственный переход.

### 3. Композиция временных автоматов

Сложные системы обычно являются композициями более простых в некотором смысле систем, и в настоящей работе мы рассматриваем параллельную композицию [10-12] двух детерминированных полностью определенных временных автоматов (рис. 1).

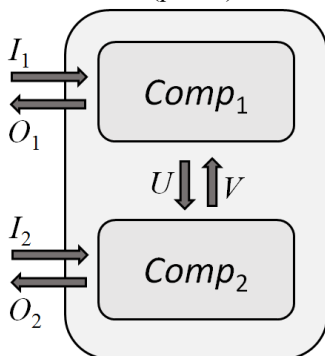


Рис. 1. Параллельная композиция двух временных автоматов  
Fig. 1. Parallel composition of two TFSMs

Работа параллельной композиции может быть описана следующим образом. Пусть временной входной символ подаётся на компоненту  $Comp_1$  ( $Comp_2$ ), которая может отреагировать внутренним или внешним выходным символом. Если был произведён внешний выходной символ, то композиция готова принять следующее внешнее входное воздействие; однако, в этом случае, к значению временной переменной компоненты  $Comp_2$  ( $Comp_1$ ) прибавляется время, в течение которого  $Comp_1$  ( $Comp_2$ ) взаимодействовала с внешней средой. Если компонента  $Comp_1$  ( $Comp_2$ ) выдает внутреннюю выходную реакцию, то компонента  $Comp_2$  ( $Comp_1$ ) обрабатывает это воздействие в соответствии с предписанным ей поведением и производит внутреннее или внешнее выходное воздействие. Предполагается, что следующий входной символ подаётся на композицию только после получения реакции на предыдущий входной символ, т.е. внешняя среда является «медленной».

С целью построения проверяющих тестов для композиции классическими методами (см. например, [13]), поведение такой композиции достаточно часто описывается одним автоматом, и для классических конечных автоматов методы построения композиции достаточно хорошо изучены. Известно [8], что, если компоненты композиции являются детерминированными полностью определенными автоматами, то поведение параллельной композиции описывается полностью определенным детерминированным автоматом при наличии «медленной внешней среды» и отсутствии осцилляций, т.е. бесконечного диалога между компонентами. В этом случае состояния автомата-композиции обычно представляют собой пару состояний компонент.

Задача построения композиций временных автоматов рассматривалась в ряде работ [10-12], в которых состояния композиции сохраняют не только состояния компонент, но также и текущее значение временной переменной одной или обеих компонент. В [10-11] было предложено синтезировать композицию путём построения дерева преемников, в корне которого находятся начальные состояния компонент. В [12] предлагается перейти от временных автоматов к соответствующим полуавтоматам и построить композицию путём их пересечения. Однако далее мы показываем, что оба подхода применимы лишь для ограниченного класса систем и в общем случае поведение композиции детерминированных временных автоматов не может быть описано детерминированным временным автоматом.

#### **4. Описание композиции автоматов с таймаутами детерминированным автоматом**

В настоящем разделе мы рассматриваем проблемы, возникающие при описании одним автоматом композиции временных автоматов, и в частности, показываем, в каком случае поведение параллельной композиции временных автоматов может быть описано детерминированным временным автоматом.

##### **4.1 Проблема описания композиции**

Как было отмечено выше, для вычисления реакции композиции необходимо знать значение временной переменной каждой из компонент. Однако, если одна из компонент взаимодействует с внешней средой без внутреннего диалога с другой компонентой, то нарушается «синхронизация» между часами компонент и может оказаться, что однозначно вычислить значение временной переменной в состоянии автомата-композиции становится невозможным. Причиной является тот факт, что компонента, не взаимодействующая с внешней средой «накапливает» вещественное значение временной переменной и в зависимости от момента поступления внешнего входного воздействия может «перейти» или «не перейти» целочисленный порог, изменяющий поведение компоненты. Вообще говоря, последнее согласуется с результатами в области временных полуавтоматов [14], где показано, что не для всякого временного полуавтомата с несколькими временными переменными существует эквивалентный полуавтомат с одной временной переменной.

Рассмотрим пример параллельной композиции двух автоматов с таймаутами, представленный на рис. 2. В начальном состоянии временные переменные обеих компонент равны нулю. Если подать на композицию временную входную последовательность  $(i_{11}, 1.8)$ ,  $(i_{11}, 1.8)$ , то компонента S выдаст выходную временную последовательность  $(o_{11}, 3)$ ,  $(o_{11}, 3)$ , «сбрасывая» значение своей временной переменной в ноль после выдачи каждого выходного символа. При этом, автомат P перейдет в состояние  $p_2$  по таймауту

8 и значение временной переменной автомата P будет равно 1.6, что вместе со значением таймаута, по которому осуществился переход в состояние  $p_2$ , равно сумме времени подачи каждого входного временного символа и времени задержки при выдаче каждого выходного временного символа автоматом S. Если затем подать входной временной символ  $(i_{11}, 5.3)$ , то автомат S, перейдя из состояния  $s_1$  в состояние  $s_2$  по таймауту 4, передаст внутренний выходной временной символ  $(u, 1)$  на автомат P.

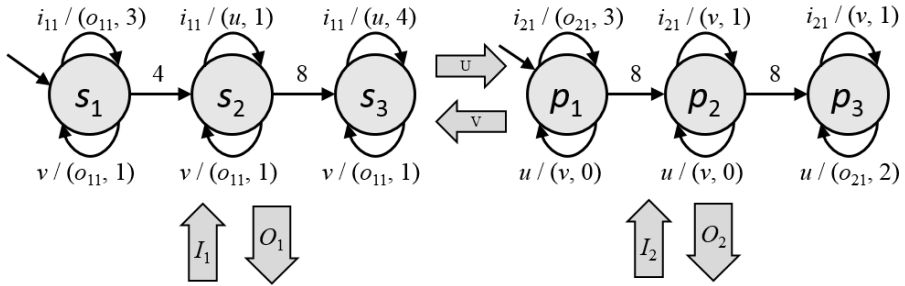


Рис. 2. Композиция временных автоматов S и P  
Fig. 2. Parallel composition of TFMSs S and P

В этот момент времени автомат P будет находиться в состоянии  $p_2$  со значением временной переменной, равным 7.9, и передаст внутренний выходной символ  $(v, 0)$  на первую компоненту, которая, находясь в состоянии  $s_2$  выдаст временной выходной символ  $(o_{11}, 2)$ . Если же в качестве третьего временного символа подать не  $(i, 5.3)$ , а  $(i, 5.4)$ , то компонента S по-прежнему перейдет по таймауту 4 в состояние  $s_2$  и выдаст компоненте P внутренний выходной символ  $(u, 1)$ . Но за этот временной промежуток временная переменная автомата P примет значение 8 и автомат перейдет в состояние  $p_3$  и выдаст внешний выходной символ  $(o_{21}, 3)$ . Таким образом, реакции композиции не совпадают на временные входные последовательности  $(i_{11}, 1.8), (i_{11}, 1.8), (i_{11}, 5.3)$  и  $(i_{11}, 1.8), (i_{11}, 1.8), (i_{11}, 5.4)$ , в то время как третий входной символ подается в промежутке (5, 6), который не может быть уменьшен при описании временного автомата, поскольку значения таймаутов являются целыми неотрицательными числами.

Таким образом, если входные символы могут подаваться на компоненты в вещественные моменты времени, то описание такой композиции детерминированным автоматом с конечным числом состояний в общем случае невозможно, и таким образом, в отличие от классических автоматов, для описания детерминированным полностью определенным автоматом композиции временных автоматов недостаточно наличия «медленной» внешней среды и отсутствия осцилляций.

Как показывает приведенный ниже пример, сказанное выше справедливо и для композиции автоматов с временными ограничениями. Рассмотрим пример композиции автоматов S и P на рис. 3. Непосредственной проверкой можно

убедиться, что реакции композиции не совпадают на временные входные последовательности  $(i_{11}, 0.2)$ ,  $(i_{11}, 1.1)$  и  $(i_{11}, 0.2)$ ,  $(i_{11}, 1.9)$ , в то время как второй входной символ подается в промежутке  $(1, 2)$ , который не может быть уменьшен при описании временного автомата, поскольку границы интервалов являются целыми неотрицательными числами.

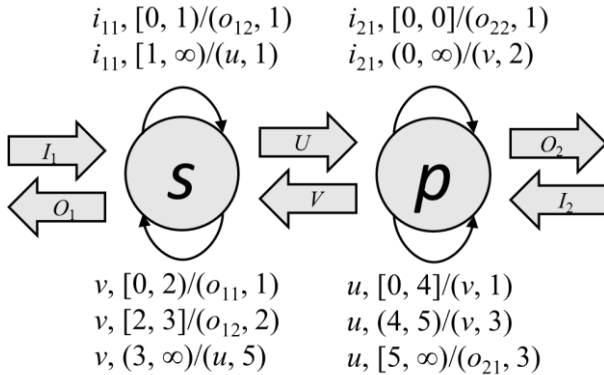


Рис. 3. Композиция временных автоматов  $S$  и  $P$   
 Fig. 3. Parallel composition of TFSMs  $S$  and  $P$

Следует отметить, что выше описанная ситуация не имеет места, если входные воздействия могут подаваться на компоненты только в целочисленные моменты времени, и в этом случае композиция детерминированных полностью определенных автоматов является детерминированным полностью определенным автоматом при условиях «медленной» внешней среды и отсутствия осцилляций.

В следующем разделе мы вводим дополнительные ограничения для композиции временных автоматов и рассматриваем класс систем, для которых поведение композиции временных автоматов можно описать детерминированным автоматом с одной временной переменной.

## 4.2 Достаточное условие для описания композиции детерминированным автоматом

Из описанного выше примера видно, что описание поведения параллельной композиции детерминированным автоматом может оказаться невозможным, когда входные воздействия могут поступать на композицию в вещественные моменты времени. Далее мы вводим класс систем, для которых такое описание возможно.

**Теорема 1.** Параллельная композиция автоматов с таймаутами  $S$  и  $P$  может быть описана детерминированным временным автоматом, если в компоненте  $S$  не существует перехода  $(s, i, s', o) \in h_S$  (в компоненте  $P$  не существует перехода  $(p, i, p', o) \in h_P$ ), где  $i$  и  $o$  – внешние входной и выходной символы, и



в построенной параллельной композиции в каждом состоянии входной таймаут больше, чем выходные задержки для обработки каждого входного символа.

**Доказательство.** Пусть в параллельной композиции автоматов с таймаутами  $S$  и  $P$ , где  $I_s$  и  $O_s$  ( $I_p$  и  $O_p$ ) – внешние входной и выходной алфавиты компоненты  $S$  ( $P$ ),  $V$  и  $U$  – входной и выходной (выходной и входной) алфавиты компоненты  $S$  ( $P$ ) и любой переход автоматов  $S$  и  $P$  по внешнему входному символу приводит к диалогу между компонентами. В этом случае, каждая из компонент обязательно выполнит хотя бы один переход между поступлением внешнего входного символа и выдачей внешнего выходного символа и сбросит время в 0. Соответственно, в момент выдачи внешнего выходного символа, временная переменная соответствующей компоненты сбрасывается в 0, в то время как время второй компоненты становится равным задержке последнего перехода компоненты, выдавшей внешний выходной символ, т.е. имеет целочисленное значение. Таким образом, в момент выдачи внешнего выходного символа временная переменная каждой из компонент целочисленная, и поведение параллельной композиции может быть описано автоматом с таймаутами с конечным числом состояний.

Иными словами, если в рассматриваемой композиции любое внешнее воздействие приводит к диалогу между компонентами, то после выдачи композицией внешнего выходного символа значение временной переменной каждой из компонент целочисленное и может быть сохранено в состоянии детерминированного временного автомата, описывающего работу композиции. Согласно определению, для того чтобы построенная параллельная композиция описывалась автоматом с таймаутами, достаточно, чтобы в каждом состоянии входной таймаут был больше, чем выходные задержки для обработки каждого входного символа.

Например, если в композиции автоматов  $S$  и  $P$  на рис. 2 заменить переходы по внешним выходным символам таким образом, чтобы любое внешнее входное воздействие приводило к диалогу между компонентами (рис. 4), то композиция такой системы может быть построена с использованием метода из [12]. В этом случае, по каждому автомату с таймаутами строится соответствующий классический полуавтомат, и композиция формируется путем пересечения полученных полуавтоматов.

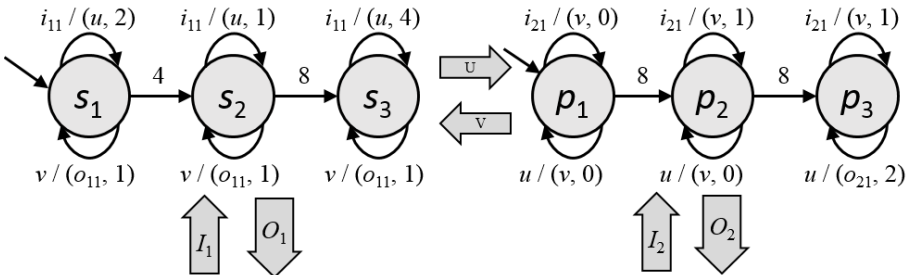


Рис. 4. Композиция временных автоматов  $S$  и  $P$  после изменения перехода  
 Fig. 4. Composition of TFSMs  $S$  and  $P$  after changing the transition

На рис. 5 приведен автомат с таймаутами, описывающий композицию двух автоматов с таймаутами, рассмотренных выше.

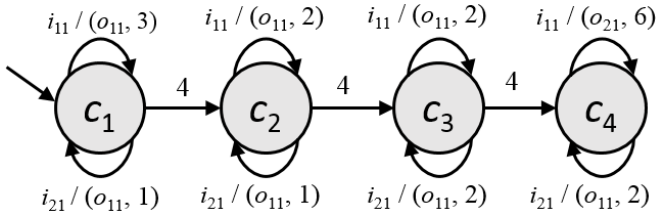


Рис. 5. Временной автомат  $C$ , описывающий работу композиции автоматов  $S$  и  $P$ , представленных на рис. 4  
 Fig. 5. The composed TFSM  $C$  of composition TFSMs  $S$  and  $P$  from fig. 4

Таким образом, мы можем сформулировать достаточное условие для описания композиции временных автоматов детерминированным временным автоматом, которое заключается в наличии «медленной внешней среды», отсутствии осцилляций и наличии диалога между компонентами в ответ на любое внешнее воздействие.

Аналогично можно сформулировать достаточное условие для описания параллельной композиции автоматов с временными ограничениями детерминированным конечным автоматом. В этом случае, композиция может быть построена с использованием метода из [10]. Состояния композиции представляют собой четвёрки  $(s, t_s, p, t_p)$ , где  $s$  и  $p$  – состояния первой и второй компоненты соответственно, а  $t_s$  и  $t_p$  – значения их временных переменных. Композиция формируется на основе построения дерева преемников, в корне которого находятся начальные состояния компонент с нулевыми значениями переменных.

**Теорема 2.** Параллельная композиция автоматов с временными ограничениями  $S$  и  $P$  может быть описана детерминированным временным автоматом, если не существует перехода  $(s, i, o, s', g_s, d_s) \in h_S ((p, i, o, p', g_p, d_p) \in h_P)$ , где  $i$  и  $o$  – внешние входной и выходной символы.

Действительно, подобно композиции автоматов с таймаутами, если любое внешнее воздействие приводит к диалогу между компонентами, то после выдачи композицией внешнего выходного символа значение временной переменной каждой из компонент целочисленное и может быть сохранено в состоянии детерминированного временного автомата, описывающего работу композиции. Например, если в композиции автоматов  $S$  и  $P$  на рис. 3 заменить переходы по внешним выходным символам таким образом, чтобы любое внешнее входное воздействие приводило к диалогу между компонентами (рис. 6), то соответствующий автомат, описывающий композицию может быть построен методом из [10] и представлен на рис. 7.

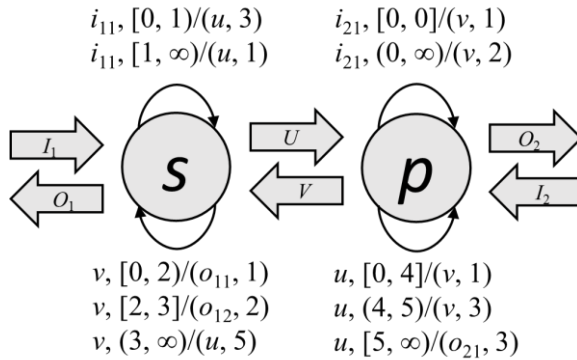


Рис. 6. Композиция временных автоматов *S* и *P* после изменения перехода  
 Fig. 6. Composition of TFSMs *S* and *P* after changing the transition

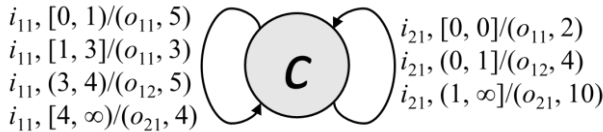


Рис. 7. Временной автомат *C*, описывающий работу композиции автоматов *S* и *P*, представленных на рис. 6

Fig. 7. The composed TFSM *C* of composition TFSMs *S* and *P* from fig. 6

### 4.3 Частные случаи композиции временных автоматов

Следует отметить, что на практике часто рассматриваются более простые частные случаи композиции. Так, например, в [10] рассматривается композиция встроенной компоненты с так называемым с контекстом, где лишь контекст взаимодействует с внешней средой. В этом случае можно доказать теоремы, аналогичные теоремам 1 и 2, т.е. для описания такой композиции детерминированным автоматом контекст обязательно должен инициировать диалог со встроенной компонентой при подаче каждого внешнего входного символа. Другим удобным для практики случаем является последовательная композиция, в которой лишь одна из компонент принимает внешние входные символы, в то время как другая компонента принимает входные воздействия от другой компоненты и выдает внешние выходные символы (рис. 8).

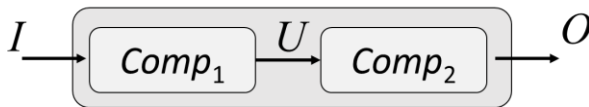


Рис. 8. Последовательная композиция двух временных автоматов  
 Fig. 8. Sequential composition of two TFMSs

Работа последовательной композиции выглядит следующим образом. Внешний входной символ поступает на первую компоненту, которая выполняет соответствующий переход и выдаёт внутренний выходной символ. Вторая компонента принимает внутренний входной символ и производит внешний выходной символ, тем самым завершая обработку внешнего воздействия. Пример такой композиции представлен на рис. 9. В этом случае выполнены достаточные условия теорем 1 и 2, т.е. поведение последовательностей композиции временных автоматов можно описать детерминированным автоматом с одной временной переменной.

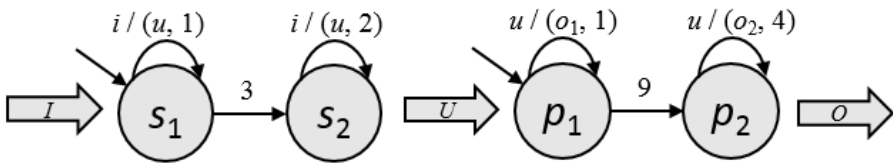


Рис. 9. Последовательная композиция двух временных автоматов S и P  
 Fig. 9. Sequential composition of TFMSs S и P

Временной автомат, описывающий композицию автоматов на рис. 9, представлен ниже (рис. 10).

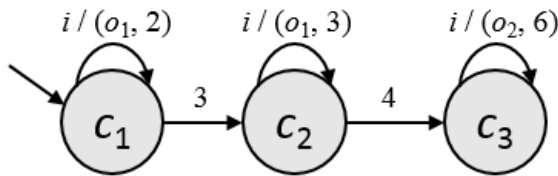


Рис. 10. Временной автомат C, описывающий работу композиции автоматов S и P, представленных на рис. 9

Fig. 10. The composed TFMS C of composition TFMSs S and P from fig. 9

## 5. Заключение

В настоящей статье рассмотрена задача автоматного описания композиции автоматов с таймаутами и автоматов с временными ограничениями. Показано, что в случае, когда временные переменные могут принимать вещественные значения, поведение параллельной композиции детерминированных временных автоматов не может быть описано детерминированным временным автоматом даже при наличии «медленной» внешней среды. Устанавливается достаточное условие для возможности такого описания, которое заключается в наличии «медленной» внешней среды, отсутствии осцилляций и возникновении диалога между компонентами в ответ на любое внешнее

воздействие. Этому условию удовлетворяет, в частности, последовательная композиция временных автоматов.

Отметим, что открытым остаётся вопрос о построении композиции временных автоматов общего вида [7], содержащих как таймауты, так и временные ограничения. Из приведённых в работе результатов следует, что композиция автоматов с таймаутами и временными ограничениями также не всегда может быть описана детерминированным временным автоматом. Также остаётся открытым вопрос о возможности использования недетерминированных автоматов для описания рассмотренных композиций.

## Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-49-03012.

## Список литературы

- [1]. Гилл А. Введение в теорию конечных автоматов. М.: Издательство Наука, 1966, 272 с.
- [2]. Rita Dorofeeva, Khaled El-Fakih, Stephane Maag, Ana R. Cavalli, Nina Yevtushenko FSM-based conformance testing methods: A survey annotated with experimental evaluation. *Information and Software Technology*, 2010, 52, pp. 1286-1297.
- [3]. M. Merayo, M. Nunez, I. Rodriguez. Formal testing from timed finite state machines, *Comput. Netw.* 52 (2) (2008) 432–460.
- [4]. El-Fakih K., Yevtushenko N., Simão A. A practical approach for testing timed deterministic finite state machines with single clock. *Science of Computer Programming*, Elsevier, 2014, Vol. 80, pp. 343–355.
- [5]. Maxim Zhigulin, Nina Yevtushenko, Stéphane Maag, Ana R. Cavalli. FSM-Based Test Derivation Strategies for Systems with Time-Outs. *Proc. of the 11th International Conference on Quality Software, QSIC2011, IEEE*, 2011. pp. 141-149.
- [6]. Larsen, K.G. Testing real-time embedded software using UPPAAL-TRON: an industrial case study. *Proceedings of the 5th ACM international conference on Embedded software*, 2005, pp. 299–306.
- [7]. Bresolin D. Deterministic Timed Finite State Machines: Equivalence Checking and Expressive Power. *Intern Conf. GANDALF*, 2014, pp. 203–216.
- [8]. Villa, T., Yevtushenko, N., Brayton, R.K., Mishchenko, A., Petrenko, A., Sangiovanni-Vincentelli, A. *The Unknown Component Problem. Theory and Applications*. Springer, 2012, 312 p.
- [9]. Лапутенко А. В., Громов М. Л., Торгаев С. Н.. Реализация и тестирование системы сигнализации на базе микроконтроллера STM32F407VG. *Изв. вузов. Физика*, 2016, Т. 59, № 12, стр. 174-176.
- [10]. Gromov M., Tvardovskii A., Yevtushenko N. Testing Systems of interacting Timed Finite State Machines with the Guaranteed Fault Coverage. *International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices*, 2016, pp. 96–99.
- [11]. Gromov M., Tvardovskii A., Yevtushenko N. Testing Components of Interacting Timed Finite State Machines. *Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS)*, 2016, pp. 193–196.

- [12]. O. Kondratyeva, M. Gromov. To the Parallel Composition of Timed Finite State Machines. Proceedings of the 5th Spring/Summer Young Researches' Colloquium on Software Engineering, 2011, pp. 94-99.
- [13]. Alexandre Petrenko, Nina Yevtushenko, Gregor von Bochmann: Fault Models for Testing in Context. FORTE 1996, pp. 163-178
- [14]. Tripakis S. Folk Theorems on the Determinization and Minimization of Timed Automata. In: Larsen K.G., Niebert P. (eds) Formal Modeling and Analysis of Timed Systems. FORMATS 2003. Lecture Notes in Computer Science, vol. 2791, pp. 222-226.

## **On the possibilities of FSM description of Parallel composition of Timed Finite State Machines**

*A.S. Tvardovskii <tvardal@mail.ru>  
A.V. Laputenko <laputenko.av@gmail.com>  
National Research Tomsk State University,  
Tomsk, av. Lenina, 36, 634050, Russia*

**Abstract.** Finite State Machines (FSMs) are widely used for analysis and synthesis of digital components of control systems. In order to take into account time aspects, timed FSMs are considered. In this paper, we address the problem of deriving a parallel composition of two types of Timed Finite State Machines (TFSM), namely, FSMs with timeouts and FSMs with timed guards. These two TFSM types are not interchangeable and are particular cases of a more general TFSM model that has timeouts and timed guards. We also assume that all of considered TFSMs have output delays (output timeouts). When considering the parallel composition, component FSMs work in the dialog and the composition produces an external output when interaction between components is finished. In this work, it is shown that in the general case, unlike classical FSMs, a "slow environment" and the absence of livelocks are not enough for describing the behavior of a composition by a complete deterministic FSM with a single clock. The latter occurs when inputs can be applied to TFSMs not only at integer time instances but also at rational. A class of systems for which the behavior can be described by a complete deterministic TFSM is specified. Those are systems where both component TFSMs are participating in the dialog when an external input is applied; a sequential composition of TFSMs is a particular case of such composition.

**Keywords:** Timed Finite State Machines; input and output timeouts, timed guards, composition.

**DOI:** 10.15514/ISPRAS-2018-30(1)-2

**For citation:** Tvardovskii A.S., Laputenko A.V. On the possibilities of FSM description of parallel composition of timed Finite State Machines. *Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS*, vol. 30, issue 1, 2018, pp. 25-40 (in Russian). DOI: 10.15514/ISPRAS-2018-30(1)-2

## **References**

- [1]. Gill A. Introduction to the Theory of Finite-State Machines. 1962, 207 p.

- [2]. Rita Dorofeeva, Khaled El-Fakih, Stephane Maag, Ana R. Cavalli, Nina Yevtushenko FSM-based conformance testing methods: A survey annotated with experimental evaluation. *Information and Software Technology*, 2010, 52, pp. 1286-1297.
- [3]. M. Merayo, M. Nunez, I. Rodriguez. Formal testing from timed finite state machines, *Comput. Netw.* 52 (2) (2008) 432–460.
- [4]. El-Fakih K., Yevtushenko N., Simão A. A practical approach for testing timed deterministic finite state machines with single clock. *Science of Computer Programming*, Elsevier, 2014, Vol. 80, pp. 343–355.
- [5]. Maxim Zhigulin, Nina Yevtushenko, Stéphane Maag, Ana R. Cavalli. FSM-Based Test Derivation Strategies for Systems with Time-Outs. *Proc. of the 11th International Conference on Quality Software, QSIC2011, IEEE*, 2011. pp. 141-149.
- [6]. Larsen, K.G. Testing real-time embedded software using UPPAAL-TRON: an industrial case study. *Proceedings of the 5th ACM international conference on Embedded software*, 2005, pp. 299–306.
- [7]. Bresolin D. Deterministic Timed Finite State Machines: Equivalence Checking and Expressive Power. *Intern Conf. GANDALF*, 2014, pp. 203–216.
- [8]. Villa, T., Yevtushenko, N., Brayton, R.K., Mishchenko, A., Petrenko, A., Sangiovanni-Vincentelli, A. *The Unknown Component Problem. Theory and Applications*. Springer, 2012, 312 p.
- [9]. Laputenko, A., Gromov, M., Torgaev S., Testing alarm system implemented on STM32F407VG. *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Fizika*. [Russian Physics Journal]. vol. 59, issue 12, pp.174-176, 2016 (in Russian).
- [10]. Gromov M., Tvardovskii A., Yevtushenko N. Testing Systems of interacting Timed Finite State Machines with the Guaranteed Fault Coverage. *International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices*, 2016, pp. 96–99.
- [11]. Gromov M., Tvardovskii A., Yevtushenko N. Testing Components of Interacting Timed Finite State Machines. *Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS)*, 2016, pp. 193–196.
- [12]. O. Kondratyeva, M. Gromov. To the Parallel Composition of Timed Finite State Machines. *Proceedings of the 5th Spring/Summer Young Researches' Colloquium on Software Engineering*, 2011, pp. 94-99.
- [13]. Alexandre Petrenko, Nina Yevtushenko, Gregor von Bochmann: Fault Models for Testing in Context. *FORTE 1996*, pp. 163-178
- [14]. Tripakis S. Folk Theorems on the Determinization and Minimization of Timed Automata. In: Larsen K.G., Niebert P. (eds) *Formal Modeling and Analysis of Timed Systems. FORMATS 2003. Lecture Notes in Computer Science*, vol. 2791, pp. 222-226.

